消費単位尺度の推計

中 山 慶 一 郎

I．はじめに

消費支出の尺度として，equivalent scale の測定は，Prais と Houthakker ［1］の先駆的研究以来，多くの測定方法が研究されているが，充分に満足すべき尺度は開発されていない。

Singh［2］，Singh と Nagar ［3］による世帯の構成をとり入れた尺度の測定方法は，推定式の識別について問題点を残しているが，Prais と Houthakker が示唆した計算方法である反復法によって尺度を求めるアルゴリズムは実用性に富んでいる。

Singh，Nagar のモデルに適用可能なデータを得ることは困難であるので，本稿では我が国のデータに適合出来るように若干モデルを変更し，消費尺度の推計を試みるものである。

II．Equivalent Scale について

各世帯の消費に影響を与える変数としては，通常所得がとりあげられ，所得－消費の関係を表わす関数として，エンゲル関数が消費行動の分析に用いられている。世帯の消費に影響を及ぼすものは所得だけでなく，世帯人員，年令，性，職業など様々な社会経済的な変数が考えられるのは当然である。

消費パターンに対する様々な家族構成の影響はエンゲル関数にとりいれられ，消費尺度として分析されている。

通常のエンゲル関数では世帯人員を尺度として，所得及び消費を世帯人員で

除して，１人当りの所得及び消費との関係を表わす。

ある世帯の第 i 財に対する消費支出 v_i，所得v_0，世帯人員 n とすると，

$$\frac{v_i}{n}=f_i\left(\frac{v_0}{n}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.\ 1)$$

となる。しかし世帯人員が同じであっても，年令，性，社会階層などが異なるので，各世帯が１人当りの消費支出パターンが同じになるとは限らない。従ってエンゲル関数を用いて消費支出を統計的に分析する際には，適切な関数形 f の採用と，適切な尺度を見出すことが重要となる。

世帯構成を考えた尺度として，消費単位の特定化が考えられる。scale of equivalent-adults, man-values, unit-consumers 等の概念は一つの特定化で，例えば，成人男子を１として，子供を 0.6 とするような尺度であり，各世帯はこのような数値の和を尺度として，標準的な型に消費を還元するものである。このような尺度は特定の品目にとって適当な尺度となるが，かりに常に成人男子を１としても，子供がどの品目も同じ数値をとる必然性はないので，すべての品目に共通する数値を得るのでなく，各消費項目毎に計算する必要がある。

いま，k_{it}を i 番目の品目に対する t タイプの消費者の消費単位尺度の値とすると，

$$\sum_{t=1}^{T} k_{it}n_t = k_{iT}n_T \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.\ 2)$$

はある世帯の消費単位を示す値となる。また i 品目に対するある世帯の支出額 v_iを $k_{iT}n_T$で除した，$v_i/k_T n_T$は，世帯の構成要素を考えた消費単位でデフレートした消費支出を意味することになる。方程式（２．１）は世帯で１人当り利用可能な所得を独立変数としているが，所得は消費支出と独立でないので，この消費尺度と関連づけられる。いま所得尺度を k_{oT}で表わすと，エンゲル関数は新たに

$$v_i / k_{iT} n_T = f_i(v_0 / k_{0T} n_T) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2.\ 3)$$

のように，equivalent scale を用いて表現することが出来る。

各品目に対する消費は異なるタイプの人にとって異なるものであり，equivalent scale は各品目に対する様々なタイプの人の相対的必要度を測るものであり，また異なる世帯構成を持つ各世帯の各品目に対する相対的必要度を示すものである。この尺度を持いてデフレートすることは，異なる世帯構成を有する各世帯の生活水準から生ずる各品目に対する要求を平均化する過程である。消費尺度と所得尺度との関係は，Prais と Houthakker に従えば，

$$k_{0T} = \sum_i \left(k_{iT} \frac{v_i}{v_0} \cdot \frac{k_{0T} n_T}{k_{iT} n_T} \right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2.\ 4)$$

なる関係があり，所得尺度は消費尺度の加重平均となり，ウエイトは，その品目の支出割合に比例したものである。

equivalent scale の定義は以上の通りであるが，その推計方法については，Paris と Houthakker は反復法を説明しているが，具体的解法は示していない。

III. Singh－Nagar のモデル

Singh－Nagar のモデル［2］，［3］は，prais-Houthakker が示唆した反復法による推定を行った。このモデルでは，1人当たりのエンゲル関数から出発する。

$$\frac{C_{ij}}{n_j} = f_i \left[\frac{X_j}{n_j} \right] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 1)$$

C_{ij}＝第 j（$j＝1$，…，J）世帯による第 i（$i＝1$，…，I）品目の支出額。

X_j ＝第 j 世帯の所得，若しくは実際の消費支出の総額。

n_j ＝第 j 世帯の家族数。

世帯構成として，例えば年令と性によって区別されたG個の類型を考え，こ

のG個の世帯類型の消費単位尺度を推計するのが，このモデルの目的である。

w_{ig}＝第 i 品目の第g（g＝1，…，G）世帯類型[1]の消費単位尺度。

w_{og}＝第g世帯類型の所得単位尺度。

n_{gj}＝第 j 世帯における第g世帯類型の人数。

とすると，j 世帯での消費単位尺度（equivalent adults）は消費単位と所得単位で測定して，　$\sum_g \omega_{ig} n_{gj}$，$\sum_g \omega_{og} n_{gj}$　となる。従って，エンゲル関数は修正されて，

$$\left[\frac{C_{ij}}{\sum_{g=1}^{G} w_{ig} n_{gj}}\right] = f_i\left[\frac{X_j}{\sum_{g=1}^{G} w_{0g} n_{gj}}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（3．2）}$$

によって与えられる。

w を推定する手続きを，Singh–Nagar に従って述べると，

第一段階。

$w_{ig}=w_{og}=1$ とした1人当たりのエンゲル関数（3．1）に，通常の最小2乗法（O．L．S）を適用し，重相関係数が最も大きい関数形 $\hat{f}$ を，各品目毎に選択する。

第二段階。

$C_{ij}/\hat{f}\,[X_j/n_j]$ を n_{1j}，…n_{Gj} に回帰させる

$$\frac{C_{ij}}{\hat{f}_i\left[\dfrac{X_j}{n_j}\right]} = w_{i1} n_{1j} + \cdots\cdots\cdots \quad + w_{iG} n_{Gj} \qquad j=1, \cdots\cdots\cdots, J \qquad \text{（3．3）}$$

ただし，$n_j=n_{1j}+\cdots+n_{Gj}=\sum_g n_{gj}$ である。（3．3）で回帰係数 w_{ig} が，g世帯類型の第 i 品目に対する消費尺度を示す。推定量 $\hat{w}_{ig}$ の第一回の推定値を，$\hat{w}_{i1}^{(1)}$，…，$\hat{w}_{iG}^{(1)}$ とすれば，w_{og} の第一回の推定値は

1）例えば，成人男子，成人女子などの類別を考える。

$$\widehat{w}_{0g}^{(1)}=\sum_{i=1}^{I}\lambda_i\,\widehat{w}_{ig}^{(1)} \qquad g=1,\ \cdots\cdots,\ G \qquad (3.\ 4)$$

となる。ここで，λ_iは

$$\lambda_i=\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\frac{C_{ij}/n_j}{X_j/n_j} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 5)$$

で，λ_iは$\hat{w}_{ig}$に関連するウエイトで，1人当たりの各品目に対する支出割合の平均である。

第三段階。

ℓ 回の反復による推定値を，$\hat{w}_{ig}{}^{(l)}$，$\hat{w}_{og}{}^{(l)}$とし，エンゲル関数

$$\frac{C_{ij}}{\sum_g \widehat{w}_{ig}^{(l)} n_{gj}}=f_i\left[\frac{X_j}{\sum_g \widehat{w}_{0g}^{(l)} n_{gj}}\right] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 6)$$

を考える。再び，O．L．S を適用し，最も適合する関数形$\hat{f}_i$を選択する。

第四段階。

再び，

$$\frac{C_{ij}}{\hat{f}_i[X_j/\sum_g \widehat{w}_{0g}^{(l)} n_j]}=w_{i1}n_{1j}+\cdots\cdots\cdots+w_{iG}n_{Gj} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 7)$$

$$j=1,\ \cdots\cdots\cdots J$$

の回帰を行って，独立変数 n_{gj}($g=1$，…，G)の係数の推定値 $\hat{w}_{i1}{}^{(\ell+1)}$，…，$\hat{w}_{iG}{}^{(\ell+1)}$を得る。$w_{og}$の推定値$w_{og}{}^{(\ell+1)}$は

$$\widehat{w}_{0g}^{(l+1)}=\sum_{i=1}^{J}\lambda_i^{(l)} w_{ig}^{(\ell+1)} \qquad g=1,\ \cdots\cdots\cdots G \qquad (3.\ 8)$$

で求められる。ここで，$\lambda_i{}^{(l)}$ は

$$\lambda_i^{(l)}=\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\left\{\frac{C_{ij}/\sum_g \hat{w}_{ig}^{(l)} n_{gj}}{X_j/\sum_g \hat{w}_{0g}^{(l)} n_{gj}}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 9)$$

である。

この手続きは，w_{ig}と w_{og}の推定値が安定した値に収束するまで，（3．6）から（3．9）の計算が反復され消費尺度が求められる。

IV．家計調査データへの応用

本稿の目的は，Singh-Nagar のモデルを用い我国の消費単位尺度の推計を試みることにある。日本の家計調査データは，公表されている資料の中では，このモデルに直接適合するものはない。三重クロスのデータは，全国消費実態調査報告に見出すことが出来る。今回は「世帯主の年令階級，勤め先収入階級別1世帯当たり1か月間の収入と支出（勤労者世帯)」(昭和49年）の資料を用いてモデルの試算を試みる。従って分析結果は，世帯主の年令別による支出構造の変化を示す相対的な消費尺度である。このデータは世帯類型（世帯主の年令による）別の所得階層毎の各消費項目の平均支出額であるから，モデルに適合するためには，第III節の記号を次のように変更するだけで充分である。

C_{ij}＝第 j 番目の所得階層の第 i 支出項目への平均支出額。

x_j ＝第 j 番目の所得階層の平均所得。

n_j ＝第 j 番目の所得階層の平均世帯数。

i＝ 支出項目（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ I$）

j ＝所得階層（$j=1,\ 2,\ \cdots,\ J$）

g ＝世帯類型（$g=1,\ 2,\ \cdots,\ G$）

反復法による推定手続きは前節で述べた通りであるが，具体的な推定について若干補足を加える。

第一段階で最小2乗法によって推定するエンゲル関数（3．1）の関数形には．次の五つの型を採用した。

$c_{ij}/n_j=y$, $x_j/n_j=x$ とすると,

$$y=\alpha+\frac{\beta}{x}$$
$$y=\alpha+\beta x$$
$$\log y=\alpha+\beta\log x$$
$$\log=\alpha+\frac{\beta}{x}$$
$$y=\alpha+\beta\log x$$

この5つの関数形のうち,最も fit がよいものとして,決定係数が最大のものをエンゲル関数として採用した。

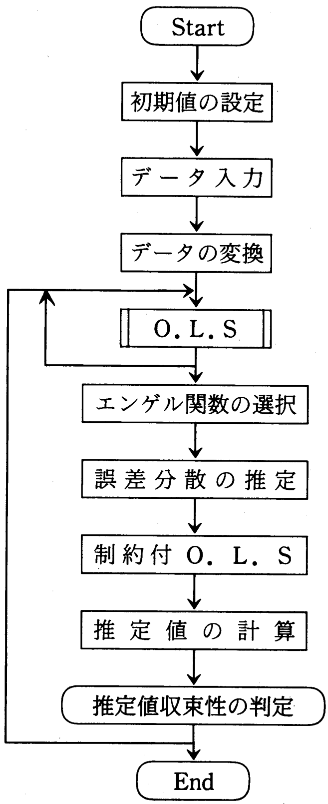
第二段階で,w_{ig}の推定には,Singh-Nagar のモデルでの計算と同様に,

$0\leqq w_{ig}\leqq 1$, ($i=1$, …, I, $g=1$, …, G),

$\sum_g w_{ig}=1$ なる制約の下で推定値$\hat{w}_{ig}$を求めた。2)

支出項目 i は,食料費,住居費,光熱費,被服費,雑費とそれらの細目であり,所得階層 j は,世帯主の勤め先収入階級を用い,世帯類型 g は世帯主の年令階級である。x_jには支出総額を使用した。

計算結果(第一表)を見れば,支出項目別には消費尺度の変化は殆んどなく,年令別に5%程度のレインヂが見られるに過ぎない。すなわち,世帯主の年令別では,40才台,30才台のウエイトが高く22%程度であるのに対し,50才台が20%,60才台以上が18%程度,30才未満が16~17%程度となっている。



2)制約付最小2乗法の推定方法については,文献[8]に詳わしい。また消費尺度推定の流れ図は次の表の通りである。なお,計算は関西学院大学情報処理センターのFACOM 230-38を使用した。プログラミングについて情報処理センターの槇本淳子氏の協力を得た。

第一表
世帯主の年令による消費尺度 w_{ig}

	30才未満	30～39	40～49	50～59	60才以上
食料費	0.1692	0.2217	0.2262	0.1983	0.1845
主食	0.1694	0.2220	0.2263	0.1982	0.1841
副食	0.1762	0.2246	0.2102	0.2035	0.1856
し好食品	0.1703	0.2207	0.2243	0.1995	0.1852
外食費	0.1693	0.2220	0.2263	0.1983	0.1841
住居費	0.1693	0.2220	0.2263	0.1983	0.1841
家賃・地代	0.1693	0.2220	0.2263	0.1983	0.1841
家具・什器	0.1777	0.2208	0.2266	0.1920	0.1829
光熱費	0.1693	0.2220	0.2263	0.1983	0.1841
電気・ガス	0.1679	0.2253	0.2283	0.1977	0.1808
被服費	0.1690	0.2222	0.2265	0.1983	0.1840
衣料	0.1986	0.2045	0.2075	0.1917	0.1977
雑費	0.1713	0.2211	0.2210	0.2008	0.1859
保健・医療	0.1612	0.2255	0.2303	0.2000	0.1830
理容衛生	0.1653	0.2229	0.2337	0.1964	0.1816
交通通信	0.1692	0.2220	0.2263	0.1983	0.1842
自動車関係費	0.1694	0.2218	0.2262	0.1985	0.1841
教育費	0.1693	0.2220	0.2263	0.1983	0.1841
教養娯楽	0.1635	0.2208	0.2345	0.1883	0.1929
交際費	0.1725	0.2185	0.2197	0.2019	0.1875

V. おわりに

本稿では，Singh–Nagar のモデルの検証を主な目的としたので，この手法が equivalent scale の測定に，一般的に有効に利用可能であるかどうかの判定は，今後の諸資料の分析に残したい。しかし，計算結果から見ると，支出項目別に尺度の数値に有意差がないようである。二三の問題点を考察することにする。

第一に推定値 w_{ig}に二つの制約を課したことである。これは推定値が非負となる点では経済的意味があるが，$\Sigma w_{ig}=1$ の条件には経済的意味はなく，各推

定値が相対的比率となって，相互に比較するのに便利であるというに止まる。消費尺度の推計には，識別（Identification）の問題が Prais–Houthakker 以来議論されて居り[3]，完全に解決されているとは言えない。

第二の点は，データの性質である。本稿では個々の世帯の資料でなく，総和した平均データに分析を適用したので，データの変動性が小さく推定値が非常に安定している。この点は異なる資料にモデルを適用することによって，この種のモデルを分析する意味が明らかになるであろう。

参考文献

[1]Prais and Houthakker. (1971), The Analysis of Family Budgets, Cambidge Univ Press.

[2]B. Singh, (1973), The effects of household composition on its consumption pattern, Sankhyā, series B, vol.35, part2.

[3]Singh and Nagar, (1973), Determination of Consumer Unit Scales, Econometrica, vol.41, No2.

[4]Cramer, (1969), Empirical Econometrics. Northholland.

[5]J. Muellbauer, (1975), Identification and Consumer Unit Scales, Econometrica, vol.43, No4.

[6]Singh and Nagar, (1978), Identification and Estimcation of Consumer Unit Scales, Econometrica, vol.46, No1.

[7]総理府統計局（1976），昭和 49 年全国消費実態調査報告第 1 巻。

[8]中山慶一郎（1979），パラメータに制約のある回帰推定について，関西学院大学社会学部紀要，第 38 号。

3）最近の文献としては，[5]，[6]を見よ。