$\boxed{1}$

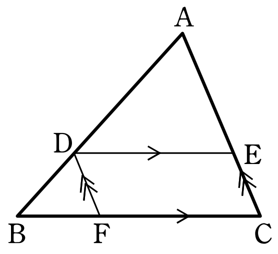
右の図において，

$DE /\!/ BC$，$DF /\!/ AC$

であるとき，次のことを証明しなさい。

(1)　$\triangle ADE \backsim \triangle DBF$

(2)　$AD : DB = AE : EC$



解答　(1)　略　　(2)　略

解説

(1)　$\triangle ADE$ と $\triangle DBF$ において

$DE /\!/ BC$ であるから　　$\angle ADE = \angle DBF$（同位角）……①

$DF /\!/ AC$ であるから　　$\angle DAE = \angle BDF$（同位角）……②

①，② より，2 組の角がそれぞれ等しいから　　$\triangle ADE \backsim \triangle DBF$

(2)　(1) より，$\triangle ADE \backsim \triangle DBF$ であり，相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから　　$AD : DB = AE : DF$

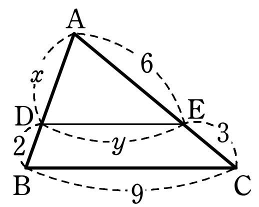
$DE /\!/ FC$，$DF /\!/ EC$ より，四角形 DFCE は平行四辺形であるから　　$DF = EC$

よって　$AD : DB = AE : EC$

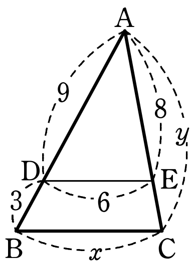
$\boxed{2}$

次の図において，$DE /\!/ BC$ のとき，x，y の値を求めなさい。

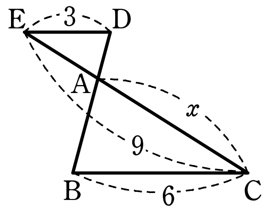
(1)



(2)



(3)



解答　(1)　$x = 4$，$y = 6$　　(2)　$x = 8$，$y = \dfrac{32}{3}$　　(3)　$x = 6$

解説

(1)　$DE /\!/ BC$ より

$AD : DB = AE : EC$

$x : 2 = 6 : 3$

よって　$x = 4$

また　$AE : AC = DE : BC$

$6 : (6+3) = y : 9$

よって　$y = 6$

(2)　$DE /\!/ BC$ より

$AD : AB = DE : BC$

$9 : (9+3) = 6 : x$

よって　$x = 8$

また　$AD : AB = AE : AC$

$9 : (9+3) = 8 : y$

よって　$y = \dfrac{32}{3}$

(3)　$DE /\!/ BC$ より

$AE : AC = DE : BC$

$(9-x) : x = 3 : 6$

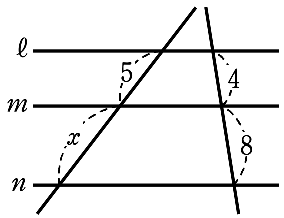
$6(9-x) = 3x$

よって　$x = 6$

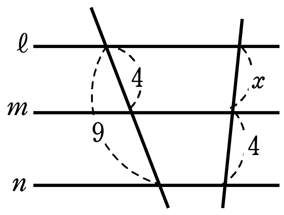
$\boxed{3}$

次の図において，$\ell /\!/ m /\!/ n$ のとき，x の値を求めなさい。

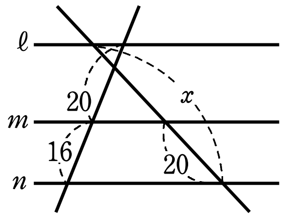
(1)



(2)



(3)



解答　(1)　$x=10$　　(2)　$x=\frac{16}{5}$　　(3)　$x=45$

解説

(1)　$\ell /\!/ m /\!/ n$ より

$$5:x=4:8$$

よって　$x=10$

(2)　$\ell /\!/ m /\!/ n$ より

$$4:(9-4)=x:4$$

よって　$x=\frac{16}{5}$

(3)　$\ell /\!/ m /\!/ n$ より

$$20:16=(x-20):20$$

$$20\times 20=16\times(x-20)$$

よって　$x=45$

$\boxed{4}$

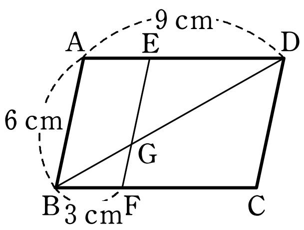
右の図の ▱ABCD において，

AB∥EF

のとき，次の線分の長さを求めなさい。

(1)　ED

(2)　EG



解答　(1)　6 cm　　(2)　4 cm

解説

(1)　AE∥BF，AB∥EF であるから，四角形 ABFE は平行四辺形である。

よって　AE＝BF＝3 cm

したがって　ED＝9−3＝6 (cm)

(2)　▱ABFE において　EF＝AB＝6 cm

ED∥BF であるから　EG：FG＝ED：FB

EG＝x cm とおくと　$x:(6-x)=6:3$

$$3x=6(6-x)$$

$$x=4$$

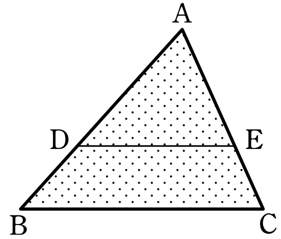
よって　EG＝4 cm

$\boxed{5}$

右の図において，DB＝AB−AD，EC＝AC−AE である。

このことを利用して，次のことを証明しなさい。

AD：DB＝AE：EC　ならば　AD：AB＝AE：AC



解答　略

解説

DB＝AB−AD，EC＝AC−AE を AD：DB＝AE：EC に代入して

AD：(AB−AD)＝AE：(AC−AE)

AD×(AC−AE)＝(AB−AD)×AE

AD×AC−AD×AE＝AB×AE−AD×AE

よって　AD×AC＝AB×AE

ゆえに　AD：AB＝AE：AC

別証　$x:y=a:b$ のとき，$a=kx$，$b=ky$ $(k\neq 0)$ と表すことができる。

このことを用いて，次のように証明することができる。

AE＝kAD，EC＝kDB $(k\neq 0)$ とおける。

AB＝AD＋DB，AC＝AE＋EC

であるから

AE：AC＝AE：(AE＋EC)

＝kAD：(kAD＋kDB)

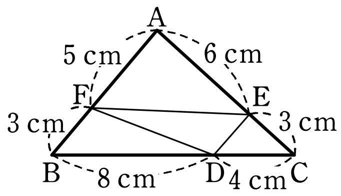
＝kAD：k(AD＋DB)

＝AD：(AD＋DB)

＝AD：AB

$\boxed{6}$

右の図の線分 DE，EF，FD の中から，△ABC の辺に平行な線分を選びなさい。



解答　DE

解説

[1]　AF : FB＝5 : 3，
　AE : EC＝6 : 3＝2 : 1
　よって，BC とEF は平行でない。

[2]　BD : DC＝8 : 4＝2 : 1，
　BF : FA＝3 : 5
　よって，CA と FD は平行でない。

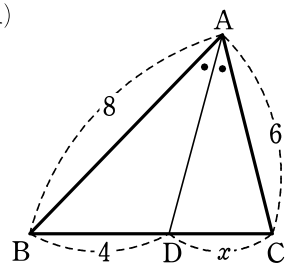
[3]　CE : EA＝3 : 6＝1 : 2，
　CD : DB＝4 : 8＝1 : 2
　よって，AB と DE は平行である。

以上から，△ABC の辺に平行な線分は，DE のみである。

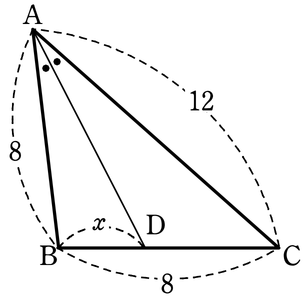
$\boxed{7}$

次の図において，∠BAD＝∠DAC のとき，x の値を求めなさい。

(1)



(2)



解答　(1)　$x=3$　　(2)　$x=\dfrac{16}{5}$

解説

△ABC において，AD は ∠BAC の二等分線であるから

BD : DC＝AB : AC

(1)　4 : x＝8 : 6

　よって　$x=3$

(2)　$x:(8-x)=8:12$

$12x=8(8-x)$

　よって　$x=\dfrac{16}{5}$

$\boxed{8}$

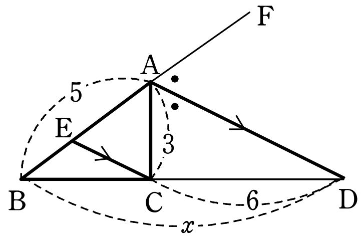
右の図において，点 D は直線 BC 上にあり，

∠FAD＝∠DAC，EC∥AD

のとき，次の問いに答えなさい。

(1)　△AEC はどのような形の三角形かいいなさい。

(2)　x の値を求めなさい。



解答　(1)　AE＝AC の二等辺三角形　　(2)　$x=10$

解説

(1)　EC∥AD であるから

∠AEC＝∠FAD（同位角）

∠ECA＝∠DAC（錯角）

仮定から　∠FAD＝∠DAC

よって　∠AEC＝∠ECA

したがって，△AEC は，AE＝AC の二等辺三角形である。

(2)　(1) より　AE＝AC　…… ①

EC∥AD であるから　BD : CD＝BA : EA　…… ②

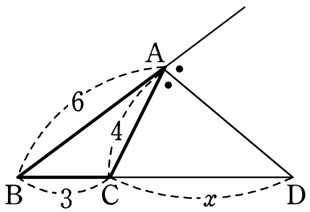
①，② より　BD : CD＝BA : AC

よって　x : 6＝5 : 3

したがって　$x=10$

$\boxed{9}$

右の図の △ABC において，∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を D とする。
x の値を求めなさい。



解答　$x=6$

解説

△ABC において，AD は ∠A の外角の二等分線であるから

$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}$$

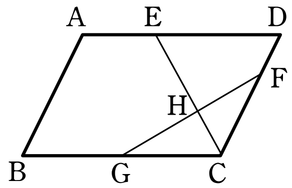
$$(3+x):x=6:4$$

$$4(3+x)=6x$$

よって　$x=6$

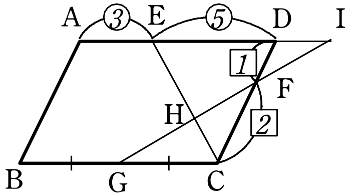
$\boxed{10}$

右の図の ▱ABCD において，AE : ED＝3 : 5，DF : FC＝1 : 2 であり，点 G は辺 BC の中点である。
線分 EC と GF の交点を H とするとき，EH : HC を求めなさい。



解答　7 : 4

解説



辺 AD の延長と線分 GF の延長の交点を I とする。
EI∥GC であるから　EH : HC＝EI : GC
DI∥GC であるから　DI : GC＝DF : FC＝1 : 2
ここで，辺 AD の長さを a とすると

$$\mathrm{ED}=\frac{5}{8}a,\quad \mathrm{GC}=\frac{1}{2}a$$

よって　$\mathrm{DI}=\frac{1}{2}\mathrm{GC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a=\frac{1}{4}a$

したがって　$\mathrm{EI}=\mathrm{ED}+\mathrm{DI}=\frac{5}{8}a+\frac{1}{4}a=\frac{7}{8}a$

よって　$\mathrm{EH}:\mathrm{HC}=\mathrm{EI}:\mathrm{GC}=\frac{7}{8}a:\frac{1}{2}a=7:4$