

関西学院大学大学院理工学研究科

2025 年度入学試験

(二次：2025 年 2 月 27 日実施)

専門科目

先進エネルギーナノ工学専攻

(11:10-13:10 120 分)

【試験にあたっての注意】

1. 筆記用具以外はカバンに入れ、カバンは床の上に置くこと。
2. 携帯電話、スマートフォン、ウェアラブル端末、音楽プレーヤー等の音の出る機器の電源を切ること。
なお、アラームを設定している人は解除してから電源を切り、カバンにしまうこと。
3. 時計のアラームは解除すること。携帯電話を時計として使用することは認めない。
4. 試験の途中退出は認めない。ただし、やむを得ない場合は挙手し監督者に知らせること。
5. 不審な言動は慎むこと。不正行為が発覚した場合、全科目を 0 点とする。
6. 試験用紙は以下の構成となっている。
 - ① 問題冊子 1 冊
 - ② 選択問題調査書、解答用紙
7. 指示があるまで問題冊子および解答用紙を開かないこと。
8. 解答用紙のホチキスは、はずさないこと（提出時もホチキス留めのまま提出すること）。
9. 各問題は、所定の解答用紙に解答すること。
10. 解答にあたっては、問題冊子および解答用紙に書かれた注意に従うこと。
11. 解答用紙には、氏名は記入せず、受験番号のみを記入すること。
12. 原則、解答用紙の裏面使用は不可。やむを得ず解答欄が不足する場合は＜裏面に続く＞と記載することで、裏面への記載を認める。
13. 試験終了後、問題冊子は各自持ち帰ること。

以上

先進エネルギーナノ工学専攻（専門科目）解答にあたって

1. 専門科目の問題〔Ⅰ〕は必須問題であるので、必ず解答せよ.
2. 続く専門科目（〔Ⅱ〕数学,〔Ⅲ〕化学,〔Ⅳ〕電磁気,〔Ⅴ〕電気回路,〔Ⅵ〕熱力学,〔Ⅶ〕量子力学,〔Ⅷ〕固体物性）の7題から3題を選択して解答せよ.
3. 解答用紙および添付された選択科目調査書に、選択した問題番号など必要事項を記入すること.
4. 解答用紙は大問1題につき1枚使用すること.

〔Ⅰ〕卒業研究・大学院入試後の研究計画（必須問題）

あなたが取り組んだ卒業研究（大学４年生の時の研究）について、その研究テーマ名、目的、結果、考察、今後の課題とその対応などを簡潔に記しなさい。なお、卒業研究を実施しなかった者は、大学院に入学してからの研究計画を述べなさい。

[Ⅱ] 数学

以下の問1から問3に答えよ.

問1.

(1) ベクトル場 $\vec{A} = (xy, x + y, 0)$ について, 経路 $C: y = x^2, z = 2x$ 上の点 $(-1, 1, -2)$ から

点 $(1, 1, 2)$ までの線積分 $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ を求めよ.

(2) 平面 $2x + y + z = 2$ と x 軸, y 軸, z 軸との交点をそれぞれ点 A, B, C とする.

三角形 ABC を S とするとき, 面積分 $\iint_S (x + z) dS$ を求めよ.

問2. $y = f(x)$ のとき, 次の微分方程式の一般解を答えよ.

(1) $xyy' = x^2 + y^2$

(2) $y'' + 2y' + 2y = 0$

問3. 留数定理を用いて次の積分を計算せよ.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta}{5 - 4\sin\theta} d\theta$$

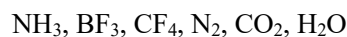
——このページは白紙です。——

[Ⅲ] 化学

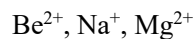
以下の問1から問3に答えよ.

問1. 原子や分子の電子配置や分子構造などに関する以下の設問に答えよ.

- (1) $_{15}\text{P}$ の基底状態の電子配置を例に従って答えよ. (例: 水素 ($_{1}\text{H}$): $1s^1$)
- (2) 三フッ化ホウ素 BF_3 とアンモニア NH_3 からなる化合物 $\text{BF}_3 \cdot \text{NH}_3$ において, BF_3 と NH_3 の間に形成される結合を述べよ.
- (3) 次の分子のうち極性分子を全て答えよ (複数あり).



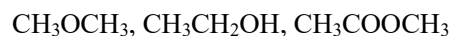
- (4) 次のイオンを半径の大きいほうから並べよ.



- (5) 次の原子を電気陰性度の大きいほうから並べよ.



- (6) 次の化合物の中で, 分子間で水素結合をする分子を選べ.



- (7) AlI_3 における Al 原子の混成軌道について詳細に述べるとともに, その分子構造を推定せよ (正四面体, 平面正三角形, 三角錐形など).
- (8) エタン, エチレン, アセチレン, ベンゼンの炭素が取る混成軌道の種類についてそれぞれ述べよ.

問2. 電気化学に関する下記の問いに答えよ.

銀・銅・ニッケルの 3 種の金属イオンを含んだ硫酸水溶液に直流電流を流したところ, カソードに 1.00 g の金属が析出した. 析出金属の組成は, 銀は 10 %, 銅 50 %, 残りがニッケルであり, カソードでは, これらの金属の析出反応以外は起こらなかった. 流した電気量を有効数字 3 桁で答えよ. ただし, 電気化学反応の効率 は 100 % と仮定し, 各金属 1 mol あたりの質量は Ag: 108 g, Cu: 63.5 g, Ni: 58.7 g, ファラデー定数 F は 96,500 C/mol とする.

問 3. エタン (C_2H_6) と理論量の酸素を含む空気を 298 K で供給し、反応器で完全燃焼させる。ここで理論量とはエタンを完全燃焼させるのに必要な酸素の量のことをいう。ただし、エタンは $50 \text{ mol} \cdot \text{h}^{-1}$ で供給されるとし、供給される空気は酸素と窒素からなり、それぞれ 20 mol%, 80 mol%である。エタン、二酸化炭素、水蒸気の 298 K での標準モル生成エンタルピーは、それぞれ -85 , -394 , $-242 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ とし、排出ガスの熱容量は、ガスの種類や温度によらず $30 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ とする。

- (1) エタンの完全燃焼を示す反応式を書け。
- (2) 反応器への流入エンタルピー量を求めよ。
- (3) エタンの燃焼により発生した熱の半分以上が外部に逃げると仮定したとき、出口ガス温度を有効数字 3 桁で求めよ。

[IV] 電磁気

$\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}, \vec{j}, \epsilon_0, \mu_0$ を, それぞれ, 電場, 電束密度, 磁場, 磁束密度, 電流密度, 真空の誘電率, 真空の透磁率として以下の問 1 から問 2 に答えよ.

問 1. 図 1 のように, 真空中に中心を共有する, 半径 R_1, R_2 ($R_1 < R_2$) の 2 つの導体球殻があり, 厚さは無視できるとする. 2 枚の球殻どうしを導線でつなぐ. 2 枚の球殻上の電荷はともにゼロとしておく. ここで, 球の中心 O に点電荷 $Q(> 0)$ を置くと 2 つの球殻において電荷が移動し始める. 中心からの距離を r とする. 移動が終わったとき(平衡状態)のようすについて, 以下の問(1)から(4)に答えよ.

- (1) 内側および外側の球殻それぞれに誘起される電荷 Q_{in}, Q_{out} を求めよ.
- (2) 各領域($r < R_1, R_1 < r < R_2, R_2 < r$)の電場の大きさ E を求めよ.
- (3) 各領域($r < R_1, R_1 < r < R_2, R_2 < r$)の電位 ϕ を, 無限遠での電位を $\phi = 0$ として求めよ.
- (4) 電位 ϕ の距離 r 依存性を図示せよ.

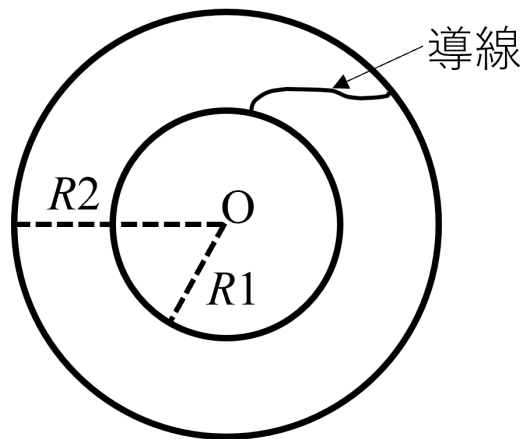


図 1

問 2. 図 2 に示すように半径 a の円柱導体があり，その外側に内径 $2a$ ，外径 $4a$ の中空導体を中心軸を同一にして真空中に置かれている．円柱導体と中空導体はどちらも無限長であり，電流密度 i の一様な電流が中心軸と平行に互いに反対方向に流れている．中心軸からの距離を r とする．以下の問(1)から(4)に答えよ．

- (1) $r = 1.5a$ の位置に生じる磁場 $\vec{H}_1$ の大きさと方向(時計回り，または反時計回り)を求めよ．
- (2) $r = 3a$ の位置に生じる磁場 $\vec{H}_2$ の大きさと方向(時計回り，または反時計回り)を求めよ．
- (3) $r = 5a$ の位置に生じる磁場 $\vec{H}_3$ の大きさと方向(時計回り，または反時計回り)を求めよ．
- (4) $a \leq r \leq 2a$ の範囲に蓄えられる単位長さ(円柱導体と中空導体の長さが 1)当たりの磁気エネルギー U を求めよ．

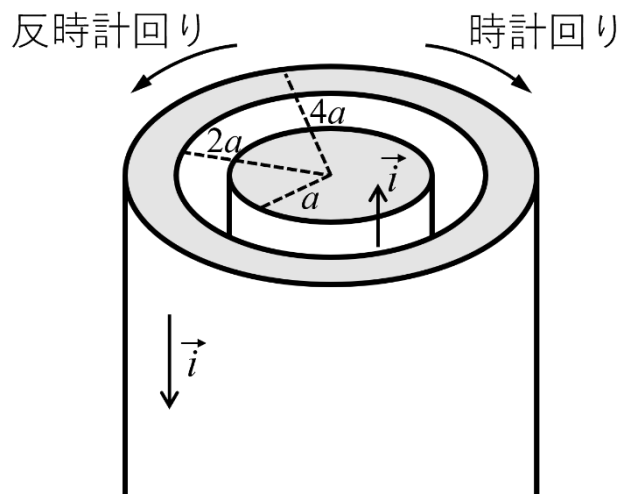


図 2

[V] 電気回路

問1. 図1に示すRC低域通過フィルタ (low pass filter) 回路について、以下の問(1)から(3)に答えよ.

ただし、 j を虚数単位とする.

(1) 図1(a)のフィルタ回路の遮断周波数を 16 kHz としたい. $10\text{ k}\Omega$ の抵抗 R を用いる場合, コンデンサの容量 C をいくらにすればよいか求めよ.

(2) 図1(b)は, 図1(a)のフィルタ回路に負荷抵抗 R_L を接続した回路である. 入力電圧を V_{in} , R_L の両端電圧を V_{out} とすると, 周波数応答関数 $G(\omega) = V_{out}/V_{in}$ を求めよ.

(3) $|G(\omega)|$ が最大となるときの周波数 ω_0 と, そのときの最大値 $|G(\omega)|$ を求めよ.

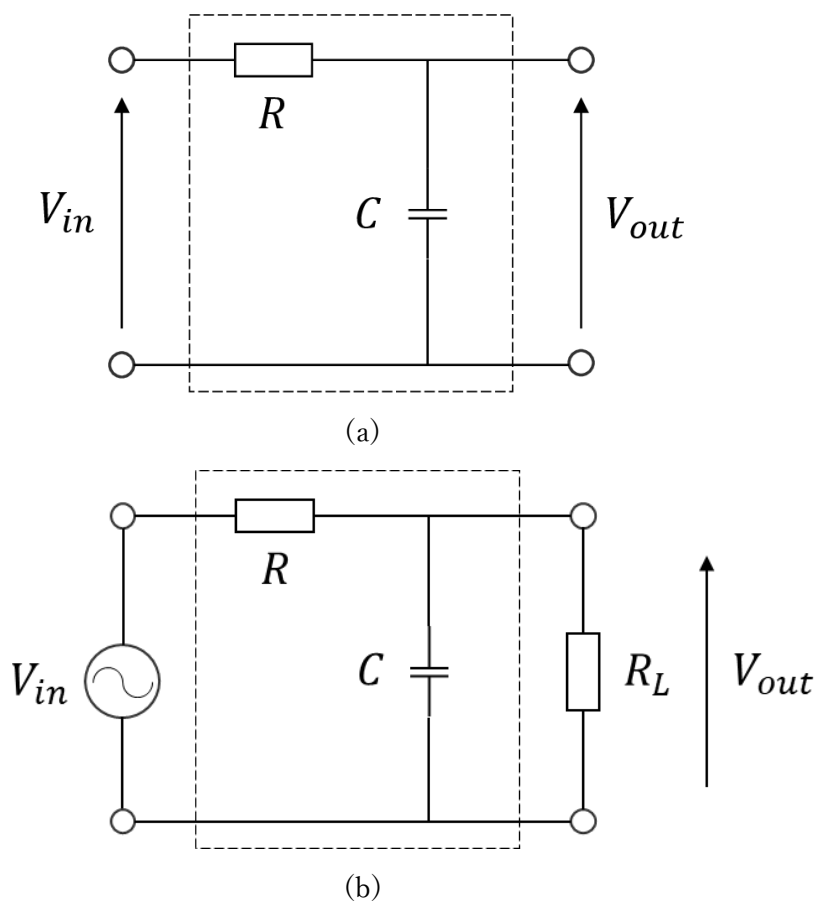


図1

問2. 図2に示すインダクタンス L 、コンデンサ C_1 と C_2 で構成される回路において、スイッチ S が開いた状態でコンデンサ C_1 は電圧 E_0 に充電され、コンデンサ C_2 は充電されておらず、初期電荷は0とする。時刻 $t = 0$ でスイッチ S を閉じたとき、以下の問(1)から(4)に答えよ。

- (1) 回路を流れる電流 $i(t)$ を求めよ。
- (2) コンデンサ C_2 の端子電圧 $v(t)$ を求めよ。
- (3) 時間変化する端子電圧 $v(t)$ の最大値 v_{max} を求めよ。
- (4) 上記 v_{max} が最大となる条件を、 C_1 と C_2 の大きさを比較して論じよ。

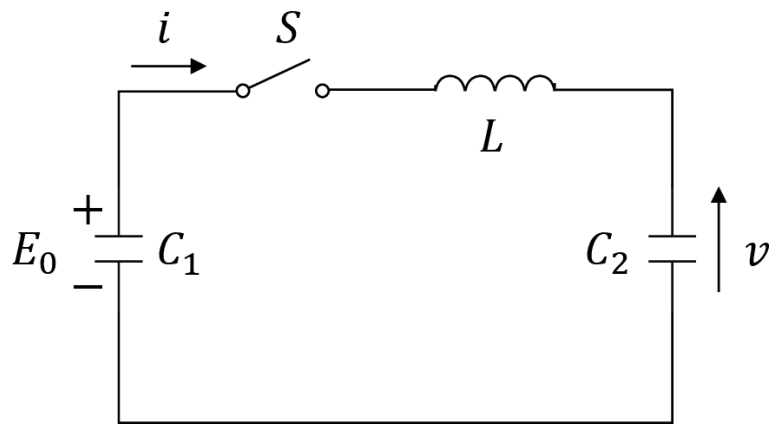


図2

[VI] 熱力学

以下の問 1, 問 2 に答えよ.

問 1.

カルノーサイクルに関する以下の問(1)～(6)に答えよ. 図 1 の p - V 図上に示したカルノーサイクルでは, 1 mol の理想気体が温度 T_2 の高温熱源および温度 T_1 の低温熱源と熱量を授受し, 外部に仕事をする. p は圧力, V は体積である. サイクルは以下の 4 つの過程から成る.

- ① $A \rightarrow B$: 温度 T_2 での等温膨張
- ② $B \rightarrow C$: 断熱膨張
- ③ $C \rightarrow D$: 温度 T_1 での等温圧縮
- ④ $D \rightarrow A$: 断熱圧縮

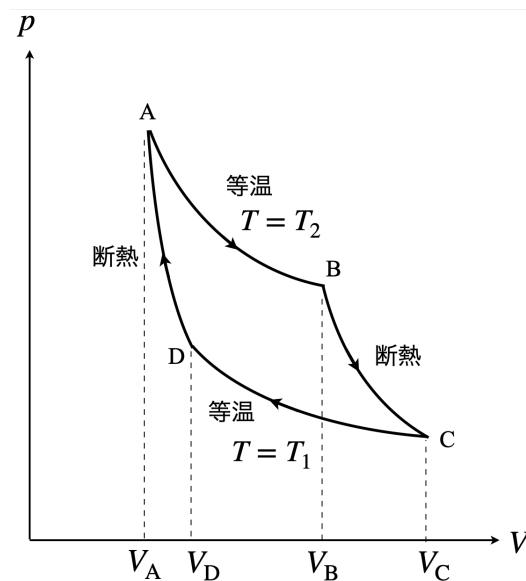


図 1

ただし, $T_2 > T_1$ であり, 状態 A, B, C, D での理想気体の体積をそれぞれ V_A , V_B , V_C , V_D とする. また, 気体定数を R とする.

- (1) ①の等温過程において, 気体が外部にする仕事 W'_{AB} を V_A , V_B , T_2 , R を用いて答えよ.
- (2) ①～④の各過程において, 気体が外部から吸収する熱量 Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} , Q_{DA} を, T_1 , T_2 , V_A , V_B , V_C , V_D , R のうち必要なものを用いて, それぞれ答えよ.
- (3) 1 サイクル終了後には理想気体は元の状態 A に戻るため, サイクル前後での内部エネルギー U の変化はゼロである. このことを用いて, 1 サイクルの間に気体が外部にする仕事 W' を求めよ.
- (4) サイクルの効率 η は, 「1 サイクルの間に気体が外部にする仕事」と, 「1 サイクルの間に気体が高温熱源から吸収する熱量」の比として定義される. この定義に基づき, η を Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} , Q_{DA} のうち必要なものを用いて答えよ.
- (5) 効率 η を T_1 と T_2 のみを含む式で表せ.
- (6) 上のカルノーサイクルを, エントロピー S を横軸, 温度 T を縦軸にとった T - S 図上で図示せよ. その際に, 状態 A のエントロピーを S_0 とすること.

問 2.

エンタルピーに関する以下の問(1)～(4)に答えよ.

エンタルピー H は, 内部エネルギー U , 圧力 p , 体積 V を用いて,

$$H = U + pV \quad (\text{A})$$

と定義される.

(1) 系が圧力 p を保ったまま状態 A から状態 B へ変化する定圧過程において, 系のエンタルピーが

$$H_A = U_A + pV_A$$

から

$$H_B = U_B + pV_B$$

へと変化した. ここに, U_A, U_B はそれぞれ状態 A と状態 B での内部エネルギー, V_A, V_B は状態 A と状態 B での体積である. この過程でのエンタルピーの変化 $\Delta H = H_B - H_A$ が, この定圧過程で外部とやりとりされる熱量に等しいことを示せ.

(2) 熱力学恒等式 (熱力学基本式) $dU = TdS - pdV$ を用いることで, エンタルピーの全微分 dH を T, S, p, V の式で表せ. なお, S はエントロピー, T は温度である.

(3) 独立な状態変数として S と p を選び, エンタルピーを $H = H(S, p)$ と表すことにする. H の全微分の表式と問(2)で得られた dH の式とを比較することで, 状態量 T と V を, H, S, p の式で表せ.

(4) 定圧熱容量が $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$ と表せることを示せ.

[VII] 量子力学

一次元 x 軸上を運動する電子の状態を考察する．このとき，時間に依存するシュレーディンガー方程式は，

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right\} \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t)$$

と書くことができる．ここで， m は電子の質量， $\hbar$ はプランク定数を 2π で割ったものである． $\Psi(x, t)$ は，時刻 t ，座標 x における電子の波動関数である． $U(x)$ は，座標 x におけるポテンシャルエネルギーである．以下の問に答えよ．

- (1) 電子がエネルギー E の定常状態であるとき，定常状態の波動関数を $\phi(x)$ とすれば，時間に依存しないシュレーディンガー方程式は，

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right\} \phi(x) = E\phi(x)$$

となることを示せ．

次に， x 軸上 $0 < x < a$ の区間に高さ $U(x) = V$ のポテンシャル障壁を設置する．ただし，それ以外の区間ではポテンシャルは $U(x) = 0$ とする．電子をこの障壁の左側($x < 0$)からエネルギー E ($E > V > 0$)で入射させ，電子が障壁の領域を通過する場合について考察する．以下の問に答えよ．

- (2) $x < 0, a < x$ の領域について，シュレーディンガー方程式を

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -k^2\phi(x) \quad \text{と表したとき，} k \text{を} m, E, \hbar \text{ を用いて表せ．}$$

- (3) $0 < x < a$ の領域について，シュレーディンガー方程式を

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\rho^2\phi(x) \quad \text{と表したとき，} \rho \text{を} m, E, V, \hbar \text{ を用いて表せ．}$$

(4) $x < 0, 0 < x < a, a < x$ の各領域における一般解をそれぞれ

$$\phi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (x < 0)$$

$$\phi_2(x) = Ce^{i\rho x} + De^{-i\rho x} \quad (0 < x < a)$$

$$\phi_3(x) = Fe^{ikx} \quad (a < x)$$

と記述したとき、 $x = 0$ と $x = a$ での境界条件を表せ。ここで、 A, B, C, D, F は任意の定数である。

(5) F, k, ρ, a を用いて問(4)の C, D を表せ。

(6) F, k, ρ, a を用いて問(4)の A, B を表せ。

(7) 電子が障壁を透過する確率を T 、障壁によって反射される確率を R とする。 T と R を A, B, C, D, F のうちから適切なものを用いて表せ。

(8) 透過確率 T が、

$$T = \frac{4E(E - V)}{4E(E - V) + V^2 \sin^2(\rho a)}$$

と表されることを示せ。

(9) 反射確率 R を求めよ。

(10) $E > V$ の条件下で、 E, V, a が固定されているとする。このとき、 $T = 1$ になる ρ の条件を求めよ。

(11) $E < V$ の条件下での透過確率 T を、 $E, V, m, \hbar, a$ を用いて表せ（トンネル効果）。

(12) トンネル効果を用いた応用例（物性測定機器や電子デバイスなど）を挙げよ。

[Ⅷ] 固体物性

問 1. 単位格子あたりに質量 M の原子を 1 個もつ、平均の格子間隔 a の 1 次元格子の格子振動について、以下の問(1)から問(3)に答えよ.

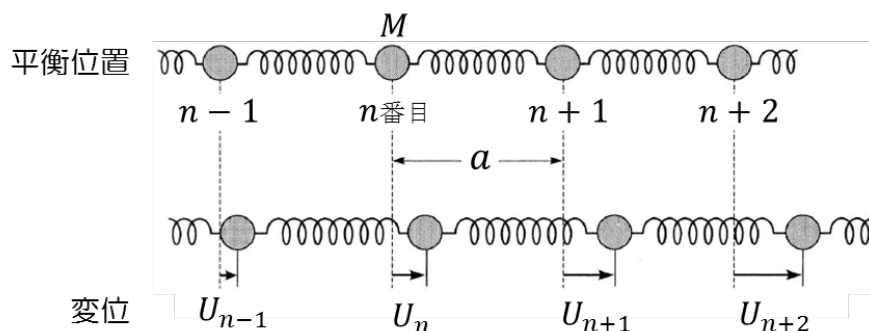
(1) 下図に示すようにばね定数 C の同種のばねでつながれて原子が並ぶモデルを考える. n 番目の原子の平衡位置からの変位を U_n とすると、 n 番目の原子に関して運動方程式を求めよ.

(2) 波数と角振動数をそれぞれ k, ω とすると、(1)で求めた運動方程式に対する解を

$$U_n = U_0 e^{i(kna - \omega t)}$$

として分散関係を求めよ(ω を k の関数として表せ).

(3) 原子数を N として周期的境界条件を適用したときの波数を求めよ.



問 2. 面心立方構造をとる単原子試料に対する X 線回折について、以下の問(1)から問(4)に答えよ.

(1) 原子散乱因子を f として結晶構造因子を計算し、消滅則を答えよ.

(2) 回折ピークが観測される結晶面のなかで、 $h^2 + k^2 + l^2$ の値が小さい方から 3 番目の結晶面のミラー指数を答えよ.

(3) 格子定数を a とすると、(2)で求めた結晶面の面間隔を求めよ.

(4) 入射 X 線の波長とブラッグ角をそれぞれ λ, θ とすると、(2)で求めた結晶面に対する $\sin \theta$ を求めよ.

関西学院大学大学院理工学研究科 2025 年度入学試験（二次）

専門科目（先進エネルギーナノ工学専攻）

〔Ⅰ〕卒業研究・大学院入試後の研究計画（必須問題）

出題意図

卒業研究に関して、その目的・結果・考察・今後の課題とその対応等への記述を通して、大学で学んだ基礎知識が身についているか、その応用力がどの程度あるかを問う。

解答例

省略

[Ⅱ] 数学

出題意図

大学で学ぶ数学科目(学線形代数学、微積分学、ベクトル解析、複素関数論、常微分方程式・ラプラス変換・フーリエ変換)に関して、ベクトル解析(問1)、微分方程式(問2)、複素関数論(問3)に関する基本的な問題が解けるかを問う。

解答例

問1.

(1) $\frac{4}{3}$

(2) $\sqrt{6}$

問2.

(1) $y = \pm x\sqrt{2\log|x| + C}$

(2) $y = e^{-x}(C_1\sin x + C_2\cos x)$

問3.

0

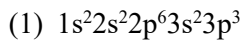
[Ⅲ] (化学)

出題意図

大学で学ぶ化学系科目に関して、基礎化学(問1)、電気化学(問2)、化学反応論(問3)に関する基本的な問題が解けるかを問う。

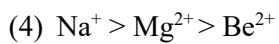
解答例

問1.



(2) 配位結合

(3) NH_3 , H_2O



(5) $\text{F} > \text{O} > \text{S} > \text{Na}$

(6) $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$

(7) 平面正三角形, sp^2 混成軌道

(8) エタン: sp^3 混成軌道, エチレン: sp^2 混成軌道、アセチレン: sp 混成軌道、ベンゼン: sp^2 混成軌道

問2.

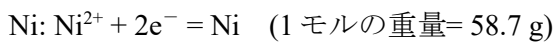
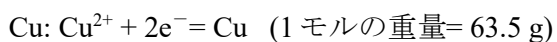
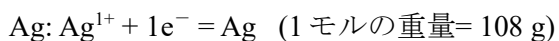
析出した金属量

Ag: $1.0 \times 0.10 = 0.10 \text{ (g)}$

Cu: $1.0 \times 0.50 = 0.50 \text{ (g)},$

Ni: $1.0 \times 0.40 = 0.40 \text{ (g)}$

全投入電気量は金属析出に使われたので



電気量

Ag: $96,500 \times (0.10 / 108) \times 1 = 89.4 \text{ C}$

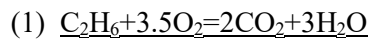
Cu: $96,500 \times (0.50 / 63.5) \times 2 = 1520 \text{ C}$

Ni: $96,500 \times (0.40 / 58.7) \times 2 = 1315 \text{ C}$

合計 2924.4 C

答 $\underline{2.92 \times 10^3 \text{ C}}$

問 3.



(2) 前 反応 後

エタン 50 -50 0

酸素 175 -175 0

CO₂ 0 100 100

水 0 150 150

窒素 700 0 700

計 925 25 950

反応器への流入エンタルピーは $-85 \times 50 + 0 \times 175 + 0 \times 700 = \underline{-4250 \text{ kJ} \cdot \text{h}^{-1}}$

(3) エタンの燃焼により発生した熱は

$$-4250 - (-394 \times 100 - 242 \times 150) = 71450 \text{ kJ} \cdot \text{h}^{-1}$$

この半分が排出ガスを温めるのに使われるので,

$$T = 71450 / 2 \times 1000 / 950 / 30 + 298 = \underline{1.55 \times 10^3 \text{ K}}$$

[Ⅳ] (電磁気)

出題意図

大学で学ぶ電磁気学に関して、基本的な問題を解けるかを問う。

解答例

問 1 .

(1) 内球殻: $-Q$

外球殻: $+Q$

(2) $r < R_1$ のとき: $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$R_1 < r < R_2$ のとき: $E = 0$

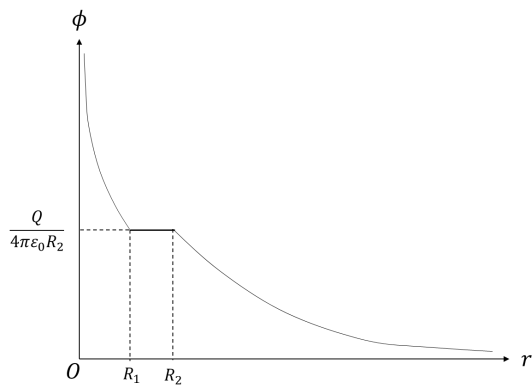
$R_2 < r$ のとき: $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

(3) $R_2 < r$ のとき: $\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

$R_1 < r < R_2$ のとき: $\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

$r < R_1$ のとき: $\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

(4)



問 2 .

(1) $H_1 = \frac{ai}{3}$, 反時計回り

(2) $H_2 = \frac{2ai}{3}$, 時計回り

(3) $H_3 = \frac{11ai}{10}$, 時計回り

(4) $U = \frac{\mu_0 \pi a^4 i^2}{4} \log 2$

[V] (電気回路)

出題意図

大学で学ぶ電気回路科目(線形回路の定常解析、線形回路の過渡解析、回路網の諸定理、共振回路・フィルタ回路・三相交流回路)に関して、基本的な問題が解けるかを問う。

解答例

問 1.

$$(1) C = \frac{1}{\omega_B R} = \frac{1}{2\pi \times 16,000 \times 10,000} = 0.99 \text{ nF}$$

$$(2) Z_{CR} = \frac{R_L / j\omega C}{R_L + 1/j\omega C} = \frac{R_L}{1 + j\omega R_L C}$$

$$V_{out} = \frac{Z_{CR}}{R + Z_{CR}} V_{in} = \frac{R_L}{R + R_L + j\omega R R_L C} V_{in}$$

$$G(\omega) = \frac{R_L}{R + R_L + j\omega R R_L C}$$

$$(3) \omega_0 = 0 \text{ のとき最大となり、} |G(\omega)| = \frac{R_L}{R + R_L}$$

問 2.

$$(1) L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C_1} \int i dt + \frac{1}{C_2} \int i dt = 0$$

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) i = 0$$

$$i = A_1 e_0^{j\omega_0 t} + A_2 e_0^{-j\omega_0 t}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{L C_1 C_2}}$$

$$t = 0 \rightarrow i = 0, \quad L \frac{di}{dt} = E_0 \rightarrow i = \frac{E_0}{\omega_0 L} \sin \omega_0 t$$

$$(2) v = \frac{1}{C_2} \int_0^t i dt = E_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} (1 - \cos \omega_0 t)$$

$$(3) v \text{ が最大となるのは } \cos \omega_0 t = -1 \text{ のときで、} v_{max} = 2E_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$(4) C_2 \ll C_1 \text{ のとき } v_{max} \text{ は最も大きくなり、} 2E_0 \text{ に近づく}$$

[VI] (熱力学)

出題意図

問1. カルノーサイクルの各過程での仕事と熱量から、サイクルの効率を求める問題である。熱力学第一法則と、等温および断熱過程の理解度を問う。

問2. エンタルピーの基本的な性質や、定圧熱容量との関係を問う問題である。熱力学関数の全微分形式を用いた状態変数の変換についても問う。

解答例

問1.

$$(1) W'_{AB} = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$(2) Q_{AB} = W'_{AB} = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A}, Q_{BC} = 0, Q_{CD} = W'_{CD} = RT_1 \ln \frac{V_D}{V_C}, Q_{DA} = 0$$

$$(3) \text{熱力学第一法則より、} \Delta U = Q - W'$$

$$\Delta U = 0 \text{ より、} W' = Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

$$\text{問(2)の結果より、} W' = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} + RT_1 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

$$(4) \eta = \frac{W'}{Q_{AB}} = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB}}$$

$$(5) \text{問(2)の結果から、} Q_{AB} = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A}, Q_{CD} = RT_1 \ln \frac{V_D}{V_C} \text{ である。断熱変化で成り立つ関}$$

係式 $TV^{\gamma-1} = \text{一定}$ を用いると、状態 B と C、状態 A と D は同じ断熱線上にあるた

め、 $T_2 V_B^{\gamma-1} = T_1 V_C^{\gamma-1}$ かつ、 $T_2 V_A^{\gamma-1} = T_1 V_D^{\gamma-1}$ 。これらの式から T_1, T_2 を消去する

と、 $\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$ の関係が得られる。これを用い

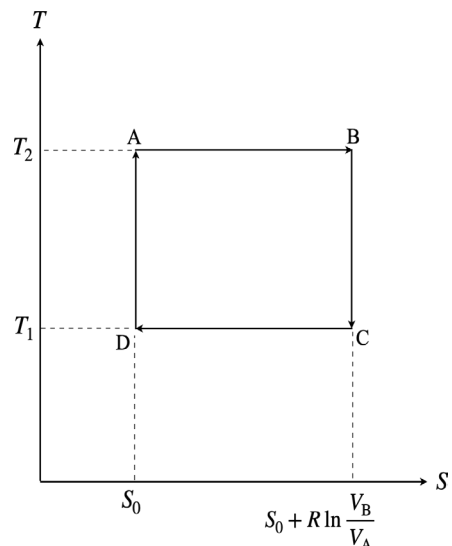
て、 $Q_{CD} = -RT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$ である。問(4)の結果に

Q_{AB} と Q_{CD} の式を代入することで、 $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$

を得る。

(6) 右図のとおり。A→B の過程でのエントロピー

$$\text{変化は、} S_B - S_0 = \frac{Q_{AB}}{T_2} = R \ln \frac{V_B}{V_A}$$



問2.

(1) エンタルピーの変化は、

$$\Delta H = H_B - H_A = U_B - U_A + p(V_B - V_A)$$

と書ける。この過程で系に加えられた熱量を Q 、系になされた仕事を W とすると、熱力学第一法則から、

$$U_B - U_A = Q + W$$

である。よって、

$$\Delta H = Q + W + p(V_B - V_A)$$

と書ける。等圧過程においては、 $W = -p(V_B - V_A)$ なので、

$$\Delta H = Q$$

となり、エンタルピーの変化量は外部とやり取りされる熱量と等しい。

(2) 式(A)のエンタルピーの定義式 $H = U + pV$ を全微分すると

$$dH = dU + pdV + Vdp$$

となる。熱力学第一法則 $dU = TdS - pdV$ を上式に代入することで、

$$dH = TdS + Vdp$$

が得られる。

(3) S と p を状態変数とし、エンタルピーを $H = H(S, p)$ と表すと、 H の全微分の表式は、

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p dS + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S dp$$

上式と $dH = TdS + Vdp$ の各項を比較すると、

$$T = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p$$

$$V = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S$$

と表せる。

(4) $dH = TdS + Vdp$ において、準静的な定圧変化を考えると、 $dp = 0$ より、 $dH = TdS = d'Q$

である。したがって、定圧熱容量は

$$C_p = \frac{d'Q}{dT} = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$$

と表せる。

[VII] (量子力学)

出題意図

量子トンネル効果を題材に、量子力学の基礎に関する理解を問うた。

解答例

(1) 定常状態の波動関数を,

$$\Psi(x, t) = \exp(-iEt/\hbar)\phi(x)$$

として、時間に依存するシュレーディンガー方程式に代入することで導出することができる。

(2)

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

(3)

$$\rho = \frac{\sqrt{2m(E - V)}}{\hbar}$$

(4) 境界条件は,

$$\begin{aligned}\phi_1(0) &= \phi_2(0) \\ \phi_1'(0) &= \phi_2'(0) \\ \phi_2(a) &= \phi_3(a) \\ \phi_2'(a) &= \phi_3'(a)\end{aligned}$$

である。

(5)

$$C = \frac{k + \rho}{2\rho} e^{i(k-\rho)a} F$$

$$D = -\frac{k - \rho}{2\rho} e^{i(k+\rho)a} F$$

(6)

$$A = \left(\cos \rho a - i \frac{k^2 + \rho^2}{2k\rho} \sin \rho a \right) e^{ika} F$$

$$B = i \left(\frac{\rho^2 - k^2}{2k\rho} \sin \rho a \right) e^{ika} F$$

(7)

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2}$$

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

(8) 略.

(9)

$$R = 1 - T = \frac{V^2 \sin^2 \rho a}{4E(E - V) + V^2 \sin^2 \rho a}$$

(10) $\sin^2 \rho a = 0$ から, $\rho = n\pi/a$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

(11)

$$T = \frac{4E(V - E)}{4E(V - E) + V^2 \sinh^2 \left(\frac{\sqrt{2m(V - E)}}{\hbar} a \right)}$$

(12) 走査トンネル顕微鏡, エサキダイオード, フラッシュメモリなど

[Ⅷ] (固体物性)

出題意図

問 1. 一次元格子の格子振動に関して、運動方程式を求めて波数の条件を導出することができるかを問う。

問 2. 結晶構造および X 線回折に関する基礎知識の理解度を問う。

解答例

問 1.

$$(1) M \frac{d^2 U_n}{dt^2} = C(U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1})$$

$$(2) \omega = 2 \sqrt{\frac{C}{M}} \left| \sin \frac{ka}{2} \right|$$

$$(3) k = \frac{2m\pi}{Na} \quad (m: \text{整数})$$

問 2.

$$(1) F = \begin{cases} 4f & (h, k, l: \text{すべて偶数または奇数}) \\ 0 & (h, k, l: \text{偶数奇数混合}) \end{cases}$$

$$(2) (220)$$

$$(3) d_{220} = \frac{\sqrt{2}a}{4}$$

$$(4) \sin \theta = \frac{\sqrt{2}\lambda}{a}$$