▩ 研究 ▩

労働所得と資本所得の最適課税ルール*

宮　川　敏　治

1．はじめに

「労働所得と資本所得をどのように課税するか」という問題は、古くから租税理論の中心的課題であった。包括的所得税の考え方では、労働所得と資本所得を等しく取り扱い、2つの所得に同一の税率を適用する。一方、消費（支出)、または、生涯所得を課税ベースとする支出税の考え方では、生涯の消費支出の総額と労働所得の総額が一致することから、労働所得のみに課税し、資本所得は非課税とすることが主張される[1]。しかし、包括的所得税と支出税のどちらを支持するかについては、結局のところ、税負担能力を表す指標として一定期間の所得と消費のどちらを望ましいと考えるかという価値判断に左右されてしまう。

この労働所得と資本所得への課税の問題に、効率と公正という客観的基準を用いて一つの解答を与えようとする試みが、近年、最適課税論によって行われている。しかし、資本所得を取り扱うには、モデルに、消費者の異時点間の消費配分に伴う貯蓄行動、及び、生産に用いられる資本の蓄積過程が含まれなければならない。そのため、資本所得税の分析においては、最も単純な動学的経済を描写する重複世代モデルがよく用いられる。

重複世代モデルでの最適な労働所得税、資本所得税を分析した研究としては、同一家計ケースを考察した Atkinson and Sandmo（1980), King（1980), Ihori（1981)、さらに、異質な家計を考慮した Park（1991), Yoshida（1995）が挙げられる。これらの研究は、Diamond and Mirrlees（1971）以後、盛んに行われた静学的経済での最適物品税の満たすべき条件（ラムゼイ・ルール）との類似性や相違点を明らかにすることに成功した。つまり、同一家計ケースにおいては、人口成長率と利子率が等しい黄金律定常成長経路上では、最適な労働所得税率と資本所得税率は、重複世代モデルでの若年期消費と老年期消費と余暇の3財のラムゼイ・ルールに従うことが明らかにされた。また、異質な家計を考慮した場合には、世代内の公正の要因が加味され、Diamond（1975）が静学的経済において示した複数家計でのラムゼイ・ルールと同等の条件が導出されることも明らかとなった。

しかし、これらは、理論的な関係を明らかにしたものの、「すべての家計の効用の総和によって表される社会的厚生の最大化（以下では、「功利主義的な最適性」と呼ぶ）を究極的な目標とする場合に、労働所得と資本所得はどのように課税されていなければならないか」については、必ずしも示唆に富んだ結果を導いているとは言いがたい。なぜなら、課税の功利主義的な最適性についての情報を集約する最適課税問題の必要条件が、市場で観測できない概念（ラグランジュ乗数や需要の補整的変化等）によっ

* 本稿の作成に際して、入谷純教授（神戸大学）から、細部にわたり非常に有益なコメントを頂いた。また、帝塚山大学での研究会の参加者から、多数のコメントを頂いた。さらに、本誌レフリーからは、本稿の問題点を詳細にわたって指摘していただき、論文の改善の方向を示していただいた。ここに記して感謝の意を表したい。

1) 基本的に消費を課税ベースとする支出税が、労働所得のみの課税によって代用されうるという主張については、Andrews（1974）を参照していただきたい。

て描写されている。そのため、ラムゼイ・ルールに従って、現行の労働所得課税、資本所得課税を評価するときに、障害に直面することになるのである。

本稿では、課税ルールを、市場で観測可能なデータ、すなわち、税収関数の諸性質や均衡価格で語ることによって、課税の功利主義的な最適性の持つ性質を「現行の労働所得課税、資本所得課税を評価する」ことができる実用的なかたちで抽出する[2]。つまり、本稿は、最適課税論に存在する「理論」と「実用」の溝を埋めようとするものである。

以下の分析の結果として、「資本所得税と労働所得税を比較して、１％の税率の上昇でより大きな税収を上げる課税が、より大きな総税収のシェアを占めるようになっていなければ、その課税体系は功利主義的な最適性を満たさない」という課税ルールが得られる。この課税ルールを適用するために必要な情報は、税収の税率に対する反応度、各税の税収に占めるシェア、市場価格といった市場で観測が可能なデータだけである。また、この課税ルールが、すべての家計が同一である経済はもちろん、各世代に異質な家計が存在する経済においても適用が可能な非常に汎用性の高いルールであることも示される。

本稿の構成は以下の通りである。まず、２節で異質な家計の存在する重複世代モデルを提示し、既存研究の結果を包括する最適課税問題の必要条件を示す。また、この条件が「実用」上の視点からは必ずしも適切なものではないことを示す。３節では、同一家計ケースで、特に、世代間の公正に注目した課税ルールを導く。さらに、４節では、異質な家計を考慮し、世代内の公正の概念を追加した課税ルールを導出する。５節はこの論文のまとめである。

2　市場で観測できるデータと最適課税条件

2.1　モデル

各世代の家計は、労働を行う若年期と退職後の老年期の２期間を生き、消費活動を行う。任意の期間においては、若年期にある世代（若年世代）と老年期にある世代（老年世代）が共存することになる。また、世代間の人口成長率は、g であると仮定する。すべての家計は共通の時間量（T）をもっているとする。家計は、この時間の一部を労働（$T-h$）として供給し（h は余暇）、労働所得を得て、その所得を若年期の消費（c_1）と老年期の消費（c_2）に配分する。第 t 世代の家計の効用関数は、

$$U(c_{1t}, c_{2t+1}, h_t) \tag{1}$$

で表される。

各世代には賃金獲得能力の異なる家計が存在する。この能力の差異は、物理的単位での労働供給 $T-h$ の効率性を表す指標 n の差異によって表現される。この能力指標 n は、実数区間 $[0, \infty]$ に分布し、その分布は連続な密度関数 $\phi(n) \geq 0, \int_0^\infty \phi(n)dn = 1$ に従うとする。各世代の能力分布は同一であると仮定する。以上より、第 t 世代の能力 n の家計の生涯予算制約は、

$$c_{1t} + q_{t+1}c_{2t+1} = \omega_t n(T - h_t) \tag{2}$$

と表される。ただし、$q_{t+1} \stackrel{\mathrm{def}}{=} 1/(1+r_{t+1}(1-t_{rt+1}))$, $\omega_t \stackrel{\mathrm{def}}{=} (1-t_{wt})w_t$ であり、若年期消費の価格を１に基準化したもとでの、課税後老年期消費価格、課税後賃金率を表している。r_t, w_t は、t 期の（課税前）利子率、賃金率であり、t_{wt}, t_{rt} は t 期の労働所得税率、資本所得税率である。

各期の生産については、資本と労働の規模に関する収穫一定の技術を仮定する。したがって、生産技術は、一次同次生産関数 $F(K_t, L_t^d)$ によって表される。ただし、K_t, L_t^d は t 期の総資本量、総労働需要量である。

[2]　静学的な枠組みでの実用的な間接税の課税ルールの考察は、入谷（1986）によって行われている

以上のことを前提とすれば、競争均衡は次のように定義される。ただし、以下に現れてくる積分はすべて家計の能力指標 n についての区間 $[0,\infty]$ に関する積分であるので、$\int x\phi(n)dn \overset{\text{def}}{=} \int_0^\infty x\phi(n)dn$ として、積分区間を省略して表記する。

（政府）

各期ごとに、t 期の若年世代一人当たりタームで表した第 t 期の政府予算制約式、

$$t_{wt}w_t\int n(T-h_t)\phi(n)dn + \frac{t_{rt}r_tq_t}{1+g}\int c_{2t}\phi(n)dn = \bar{e} \tag{3}$$

を満たすように線形の労働所得税率（t_{wt}）、資本所得税率（t_{rt}）が設定される。$\bar{e}$ は一人当たり政府支出であり、この支出は民間経済にまったく影響を与えないとする。この仮定は、以後の分析において政府の財源調達の側面のみに注目し、支出政策の影響を排除するためのものである。つまり、政府は各期ごとに一定の政府支出をするために、労働所得税と資本所得税によって税収を上げるということを行っている。

（企業）

生産関数 $F(K_t, L_t^d)$ のもとで、利潤を最大化する資本量（K_t）、労働需要量（L_t^d）を選択する。

（家計）

予算制約式(2)のもとで、効用関数(1)を最大化する若年期消費（c_{1t}）、老年期消費（c_{2t+1}）、余暇（h_t）を選択する。

（市場均衡）

労働市場、財市場、資産市場については、次のような需給均等式が成立する。

$$\int n(T-h_t)\phi(n)dn = L_t^d/N_t, \tag{4}$$

$$\frac{1}{N_t}F(K_t, L_t^d) = \int c_{1t}\phi(n)dn + \frac{1}{1+g}\int c_{2t}\phi(n)dn + \bar{e} + \frac{K_{t+1}}{N_t} - \frac{K_t}{N_t}, \tag{5}$$

$$\frac{K_{t+1}}{N_t} = \omega_t\int n(T-h_t)\phi(n)dn - \int c_{1t}\phi(n)dn \tag{6}$$

ただし、N_t は t 期の若年世代の人口である。以下では、政策パラメータである労働所得税率、資本所得税率、政府支出に対応する競争均衡が存在すると仮定し、分析対象を定常状態に限定する。そして、その定常状態均衡の中で社会的厚生を最大にする政策パラメータの組み合わせを選択することが、ここでの最適課税問題となる。

2.2　従来型の最適課税条件

定常状態に分析対象を限定するので、次のような社会的厚生関数を想定することで足りる。

$$\int V(t_r, t_w; w, r)\phi(n)dn, \tag{7}$$

ただし、$V(\cdot)$ は間接効用関数であり、家計の直接効用関数(1)に、家計の効用最大化問題の解である需要関数 $c_1(t_t, t_w; w, r), c_2(t_r, t_w; w, r), h(t_r, t_w; w, r)$ を代入することによって得られる。つまり、$V(t_r, t_w; w, r) \overset{\text{def}}{=} u(c_1(t_r, t_w; w, r), c_2(t_r, t_w; w, r), h(t_r, t_w; w, r))$ である[3]。

[3] ここで定義した間接効用関数については、次のようなロワの恒等式が成立する。

$$\frac{\partial V}{\partial t_r} = \frac{\partial V}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial t_r} = -\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}\alpha c_2$$

$$\frac{\partial V}{\partial t_w} = \frac{\partial V}{\partial \omega}\frac{\partial \omega}{\partial t_w} = -w\alpha(T-h)$$

ただし、α は家計の効用最大化問題での制約となる生涯予算制約式に対するラグランジュ乗数であり、家計の所得の限界効用を表す。

⑺は、具体的には定常状態での任意の世代の家計の効用を単純合計したものである。また、定常状態均衡を達成する政策パラメータの集合は、規模に関して収穫一定のもとでは、

$$w\int n(T-h)\phi(n)dn=\int c_1\phi(n)dn + \left[\frac{1+r(1-t_r)+(g-r)}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\right]\int c_2\phi(n)dn + \bar{e} \quad (8)$$

を満たす t_r, t_w の組み合わせとして表現される。この⑻の導出については補論1を参照していただきたい。ここで、c_1, c_2, h は各家計の効用最大化行動を反映した需要関数であり、t_r, t_w の関数となることに注意する必要がある。

したがって、最適課税問題は⑻の制約の下で⑺を最大化する問題となる。

重複世代モデルにおいて労働所得税と資本所得税の最適課税問題を取り扱った Atkinson and Sandmo（1980）, Park（1991）, Yoshida（1995）の手法に従えば、上記の最適課税問題の必要条件（最適課税条件）として、次の条件を導出することができる。

$$\frac{t_r rq}{1+g}\int\frac{\partial s_2}{\partial q}\phi(n)dn - t_w w\int n\frac{\partial s_3}{\partial q}\phi(n)dn = \mathrm{cov}[\mu^n, c_2]+(\bar{\mu}-1)\bar{c}_2+\frac{g-r}{1+g}\bar{c}_2, \quad (9)$$

$$\frac{t_r rq}{1+g}\int\frac{\partial s_2}{\partial \omega}\phi(n)dn - t_w w\int n\frac{\partial s_3}{\partial \omega}\phi(n)dn = -\mathrm{cov}[\mu^n, n(T-h)] -(\bar{\mu}-1)\overline{n(T-h)}, \quad (10)$$

ただし、cov $[a, b]$ は変数 a と b の共分散を表しており、密度関数 $\phi(n)$ を用いて表現すれば、

$$\mathrm{cov}[a,b]\overset{\mathrm{def}}{=}\int[ab-\int a\phi(n)dn\int b\phi(n)dn]\phi(n)dn$$

である。また、バーが付けられている項は、その変数の期待値を示しており、$\bar{x}=\int x\phi(n)dn$ である。s_2, s_3 は、老年期消費、余暇の補償需要であり、これらの補償需要の価格に関する偏微係数は代替項を表す。

さらに、μ^n は、Diamond（1975）, Atkinson and Stiglitz（1976, 1980）で示された「能力 n の家計の政府支出で測った所得のネットの社会的限界評価」であり、具体的には、以下のように定義される[4]。

$$\mu^n \overset{\mathrm{def}}{=} \frac{\alpha^n}{\lambda}+\frac{t_r rq}{1+g}\frac{\partial c_2^n}{\partial y}-t_w wn\frac{\partial h^n}{\partial y} \quad (11)$$

ただし、y は所得であり、α^n, λ は能力 n の家計の所得の限界効用、税収（政府支出）増による社会的限界効用（つまり、最適課税問題での制約⑻に対するラグランジュ乗数）である。また、左辺の c_2^n, h^n は能力 n の家計の老年期消費と余暇である。この μ^n は労働所得税、資本所得税が存在する下で、能力 n の家計の所得が限界的に変化した場合のネットの社会的厚生の変化分を税収増の社会的限界効用で割ったものを意味する。

ここで、上記の⑼⑽は、黄金律成長との関係を除いては、Diamond（1975）, Atkinson and Stiglitz（1976, 1980）が示した「複数家計でのラムゼイ・ルール」とほぼ同等の解釈が可能な条件である[5]。

ここでは詳しくは触れないが、政府が公債政策か、または、消費税が追加的に利用可能であれば、最適条件として、黄金律

$$r=g \quad (12)$$

4) ここでは、Diamond（1975）の定義ではなく、Atkinson and Stiglitz（1980）, p.387, eq.(12-54a）の定義を用いた。

5) Atkinson and Stiglitz（1976）で、複数家計の下での最適物品税の必要条件として導出された、

$$\sum_h\sum_k t_k S_{ik}^h = -X_i\left[(1-\bar{b})-\bar{b}\phi_i\right]$$

が成立することになる[6]。

一方、黄金律成長の達成（$r=g$）と代表的家計を仮定した、Atkinson and Sandmo（1980）では、積分や共分散が消えた

$$\frac{t_r r q}{1+g}\frac{\partial s_2}{\partial q}-t_w w\frac{\partial s_3}{\partial q}=(\mu-1)c_2, \quad (13)$$

$$\frac{t_r r q}{1+g}\frac{\partial s_2}{\partial \omega}-t_w w\frac{\partial s_3}{\partial \omega}=-(\mu-1)(T-h) \quad (14)$$

が得られている[7]。この場合、代表的家計を想定しているため所得のネットの社会的限界評価μ^nはnに依存しないかたちで定義されており、代表的家計の所得のネットの社会的限界評価をμで表している。

2.3　従来型最適課税条件の実用性

政策パラメータとして、資本所得税率と労働所得税率が与えられた場合の最適課税条件(9)(10)は、「課税される各財（ここでは、老年期消費と余暇）について、需要の補整的変化率が同一であるように課税されることが望ましい」という「ラムゼイ・ルール」を、所得分配の公正を反映する共分散の項、黄金律成長の考慮による人口成長率と利子率の大小関係によって補整したものとなっている。

「ラムゼイ・ルール」を適用する場合には、各財の需要の補整的変化率が計算されなければならない。しかし、需要の補整的変化は、「価格変化したときの、家計の効用が一定になるように所得が補償される下での需要の変化」であるので、直接には市場で観測することはできない。また、推計によって値を導出する際には、ヒックスの代替の四則[8]など、満たさなければならない要件が多いため、非常な困難が伴うことが知られている。さらに、ここでは、共分散の値を知るために、各家計の所得の限界効用や所得のネットの社会的限界評価など市場で実際のデータとして得ることができないものの値も知らなければならない。しかし、(9)(10)、(13)(14)を見ても明らかなように、既存研究においては、需要の補整的変化率や所得の限界効用などの市場で観測が不可能なデータによって、最適課税条件が描かれている。

さらに、最適課税問題の性質を考慮すれば、最適課税論における「政策パラメータに対応する競争均衡の中で社会的厚生を最大化する」という問題を、政府が実際に解けると考えるのは、必ずしも適切ではない。なぜなら、この問題を実際に解くためには、現実の社会において特定の社会的厚生関数が存在するとともに、各家計の効用関数を知らなければならないからである。政府がこのような多様な情報を保有しているとするのは非現実的であろう。したがって、最適課税論は、「社会的厚生を最大化するという功利主義的な立場からはどのような課税が望ましいか」を知るための仮想的な問題を設定し、その問題の解の必要条件（最適課税条件）から課税の最適性に関する知識を引き出す試みと解釈すべきである。このように最適課税論をとらえれば、課税の最適性に関する知識を引き出す唯一の情報源となる最適課税条件を、市場で観測できないデータで表現すれば、最適課税条件のもつ課税の最適性の知識は、実用性の非常に乏しいものとなってしまう。「現行の労働所得税、資本所得税を（功利主義的な最適性の観点から）評価」しようとしても、最適課税条件が市場で

(p.61, eq.(5”)）が複数家計のラムゼイ・ルールに対応する。ただし、kは財の種類、hは家計の種類、t_kは物品税率、bが所得のネットの社会的限界評価であり、ϕ_iが第i財の消費とbとの標準化された共分散を表している。また、バーが付けられた項は、その変数の期待値を表す。

6) 政府の政策手段と最適課税条件の関係については、Miyakawa（1996）で考察されている。

7) Atkinson and Sandmo（1980），p.537, eq.(30a)(30b）が相当する。ただし、記号法は、本稿の表記に合わせて変更している。

8) 西村（1990）pp.63-65を参照せよ。

観察不可能なデータで表現されている限り、我々は評価を行う手がかりをまったく失ってしまうのである。つまり、最適課税条件を、市場で観測できるデータで表現することによってはじめて、課税ルールを実用的なかたちで得ることができるのである。

以上のように考えれば、市場で観測不可能な概念によって表現された従来型の最適課税条件は、実用的な課税ルールには遠いと言わざるを得ないのである。

したがって、以下では、最適課税条件をできるだけ市場で観測の容易なデータを用いて再述することによって、実用可能な課税ルールを導き出すことを行う。具体的には、税収関数の諸性質や市場価格によって課税ルールを描く。税収関数については、予算決定での予想税収の推計や税制改革時の税収変化の計算から、政策当局はかなりの知識を蓄積していると予想できる。したがって、税収関数の諸性質を市場で観測可能なデータととらえることは許容されるであろう。

さらに、課税ルールを補償需要関数の概念を用いた形で表現するのではなく、税収関数の性質を用いて表現する利点として、関数の推計上の問題を挙げることができる。補償需要関数を推計する場合、その推計結果が、代替の四則を満たさなければならないということで、推計上、多くの困難が存在する。それに対して税収関数を推計する場合には、そのような推計上の困難は特には存在しない。その意味でも税収関数の諸性質を用いて課税ルールを表現することは、有益な手法の一つだということができるのである。

3　同一家計での課税ルール

本節では、すべての家計の能力指標 n が 1 として、労働所得と資本所得に対する課税ルールを導出する。つまり、政府が一定の政府支出を行うために労働所得税と資本所得税によって税収を上げなければならない状況を考察している。このようにすべての家計を同一にすれば、世代内の家計間での分配の公正の問題は考慮の外に置かれ、従って、得られる課税ルールは世代間の公正と効率についての純粋ルールとなる。まず、税収関数を次のように定義する。

$$R \stackrel{\mathrm{def}}{=} t_w w(T-h) + \frac{t_r r q}{1+g} c_2 \tag{15}$$

この税収関数の概念を用いれば、政策パラメータとして労働所得税率と資本所得税率が与えられたときの最適課税問題の 1 階の条件は、

$$-\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}\alpha c_2 + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_r} = 0, \tag{16}$$

$$-w\alpha(T-h) + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_w} = 0 \tag{17}$$

と表現することができる[9] (16)(17)を解釈するために次の 2 つの概念を導入する。

$$\beta_r \stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{t_r}{R}\frac{\partial R}{\partial t_r}, \qquad \beta_w \stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{t_w}{R}\frac{\partial R}{\partial t_w},$$

$$\gamma_r \stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{t_r r q c_2/(1+g)}{R}, \quad \gamma_w \stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{t_w w(T-h)}{R}$$

β_r, β_w は税収の資本所得税率に対する弾力性（税弾力性と呼ぶ）、労働所得税率に対する弾力性である。また、γ_r, γ_w は、総税収に占める資本所得税収の割合（税収シェアと呼ぶ）、労働所得税収の占める割合である。この概念を用いて、(16)(17)を変形すると、

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)}\frac{\gamma_r}{\gamma_w} \tag{18}$$

となる。(18)から「社会的厚生を最大化するという意味で、労働所得税、資本所得税が最適である」ときの性質として、次の課税ルールを得る。

（課税ルール 1） すべての家計が同一である場合には（代表的家計のみを考慮する場合には）、税収のシェアの比率に $(1+g)/(1+r(1-t_r))$

9) この(16)(17)の導出については、補論 2 を参照せよ。

をかけた値が、税収の弾力性の比率に等しくなるように資本所得税と労働所得税が課税されていなければならない。

つまり、上記の（課税ルール１）のように課税がなされていなければ、その税体系は社会的厚生を最大化する課税体系ではないという評価を行うことが可能となる。

ここで、（課税ルール１）の経済的解釈を与えることにしよう。$\beta_i\ (i=r, w)$ は「資本所得税（労働所得税）の税収に与える影響の程度」を表していると解釈できる。したがって、（課税ルール１）は、税収への貢献度が高い税ほど、その税収シェアが高くなるように課税されなければならないことを意味している。最適な課税体系では、税収の上げやすい課税が、総税収のより大きな割合を占めることになるのである。ここで、税収が上げやすい課税とは、当該税率の変化に対して、経済主体が行動を変えることによって、税負担を逃れることが困難な課税が該当すると考えられる。課税が経済主体の行動を変化させないということは、市場機構に歪みをもたらさないことになるので、税収の上げやすい課税の税収シェアを大きくするという、この課税ルールは、我々が持っている効率的な課税のイメージに合致したルールであろう。

（課税ルール１）は、最適課税問題の解の性質をよく示してはいるが、最適な労働、資本所得税の税率に関する性質は明示的に表しているとは言えない。そこで、最適課税条件を、最適な労働、資本所得税の税率を明示的に示したかたちに書き換えることを行う。このことによって、最適な課税の性質が、いっそう明らかになる。まず、「当該市場の大きさで相対化された、資本（労働）所得税の税収に与える貢献度」[10] を表現する「税要因」という概念を導入する。つまり、

$$Z_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\beta_r}{qc_2/(1+g)R}, \quad Z_w \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\beta_w}{w(T-h)/R}$$

と定義する。ここで、Z_r は「税収に対する老年期消費額の規模で相対化された、資本所得税の税収に与える貢献度」（資本所得税の税要因と呼ぶ）、Z_w は「税収に対する労働市場の規模で相対化された、労働所得税の税収に与える貢献度」（労働所得税の税要因と呼ぶ）である。

また、消費者が直面する老年期消費価格（q）と賃金率（w）を次のように税抜き価格部分と税部分に分解する。

$$q = \frac{1}{1+r} + \frac{t_r r}{(1+r)(1+r(1-t_r))},$$
$$\omega = w - t_w w$$

$1/(1+r)$ は老年期消費の税抜き価格、w は余暇の税抜き価格（税抜き賃金率）としている。また、税部分をそれぞれ、$\tau_r \stackrel{\text{def}}{=} t_r r/[(1+r)(1+r(1-t_r))]$, $\tau_w \stackrel{\text{def}}{=} t_w w$, としておく。上記の「税要因」「税抜き価格」「税部分」の概念を用いれば、(16)(17)は、

$$\frac{\tau_r}{1/(1+r)} = \frac{1}{1+g}\left[\frac{\lambda}{\alpha}\right] Z_r, \quad \frac{\tau_w}{w} = \left[\frac{\lambda}{\alpha}\right] Z_w, \tag{19}$$

と表される。この税抜き価格に対する税部分の比率は、老年期消費、余暇への従価税率とみなすことができる。したがって、(19)は、次のような解釈が与えられる。

（課税ルール２）老年期消費、労働への従価税率（税抜き価格に対する税部分の比率）は、それぞれの税要因に比例的に課税されていなければならない。ただし、労働への従価税率の税要因に対する比率を１とすれば、老年期消費への従価税率の税要因に対する比率は $1/(1+g)$ となる。

税要因は、「当該市場の大きさで相対化され

10) 入谷（1986），p.22より引用

た、資本（労働）所得税の税収に与える貢献度」を表しているので、この（課税ルール２）は、「税収を上げやすい財に高率の課税をする」という経済的意味を持つことになる。これは、最適な課税体系では、税収の獲得が容易な課税の税率が高くなることを明示的に示している。つまり、（課税ルール２）は、従価税率を陽表的に表すことによって、（課税ルール１）で暗に示されていた最適課税の性質を、よりストレートなかたちで表現しているのである。

しかし、この（課税ルール２）は、⒆において、市場で観測できないデータである（λ/α）が含まれていることから、我々の目指す「市場で観測可能なデータで課税ルールを語る」という目標にそぐわないルールであることは、注意しておく必要がある。したがって、（課税ルール２）は、あくまでも（課税ルール１）に含まれる最適な課税の持つ性質を明示的にするという意味での補助的なルールとして解釈すべきものであろう。

4　世代内公正と課税ルール

本節では、２節で示したような賃金獲得能力（または、物理的単位での労働の効率性）を表す n が世代内の家計間で異なり、n の分布が密度関数 $\phi(n)$ に従う設定での功利主義的な立場からの労働所得税、資本所得税についての課税ルールを示す。また、賃金獲得能力の差異が導入された結果、社会的厚生関数として⑺が用いられることになるため、代表的家計の効用のみを考慮するのではなく、すべての能力の家計の効用を単純合計するかたちで世代内の公正が考慮されることになる。

さらに、本節では、課税ルールを簡明に導出するために、家計の効用関数⑴を次のようなかたちに特定化する。

$$U(c_1, c_2, h) = U_1(c_1, c_2)U_2(h) \tag{20}$$

ただし、$U(c_1, c_2, h)$ は一次同次、$U_1(c_1, c_2)$ は v 次同次、$U_2(h)$ は $1-v$ 次同次の関数で、$0<v<1$ であると仮定する。いわゆる、消費と余暇の間に分離可能性が存在する効用関数である。このような効用関数は、シミュレーション分析や実証分析で頻繁に用いられるコブ・ダグラス型効用関数の性質も含んでいる。したがって、我々の特定化は、実証分析の側面から見れば、課税ルールを大きく歪めるものであるとは言えないであろう。また、このような関数の特定化によって、設定を単純化することは、最適課税条件から、最適な課税の意味するところを、よりはっきりとしたかたちで抜き出すことができるという利点を持つ。

さて、このような効用関数では、家計が保有する総時間を T とすれば、選択される余暇 h は、

$$h = (1-v)T$$

となる。この関係が成立することは、補論３で示される。また、この関係より、（$1-v$）は家計にとっての余暇の重要度を表し、逆に、v は消費活動を行うために労働に向けられる時間の割合であるので、消費の重要度を表していると解釈できる。

さらに、効用関数⒇を採用する場合には、基準となるある能力 m の家計の消費者選択（効用最大化問題の解）を（c_1^m, c_2^m, h^m）と表せば、任意の能力 n の家計の消費者選択は、（$(n/m)c_1^m$, $(n/m)c_2^m, h^m$）となる。また、能力 m の家計の所得の限界効用を α^m とすれば、任意の能力 n の家計の所得の限界効用 α^n との間には、

$$\frac{\alpha^n}{\alpha^m} = \left[\frac{n}{m}\right]^{v-1}$$

が成立する。これらの関係は、補論４に示されている。

また、税収関数を、

$$R \stackrel{\text{def}}{=} t_w w \int n(T-h^n)\phi(n)dn + \frac{t_r rq}{1+g}\int c_2^n \phi(n)dn \quad (21)$$

と定義する。

上記の性質を用いれば、政策パラメータとして労働所得税率、資本所得税率が与えられているもとでの最適課税問題の必要条件は、次のようになる。この条件の導出については、補論 5 で行っている。

$$-\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}\frac{\alpha^m c_2^m}{m^v}\int n^v \phi(n)dn + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_r} = 0, \quad (22)$$

$$-w\frac{\alpha^m}{m^{v-1}}(T-h^m)\int n^v\phi(n)dn + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_w} = 0 \quad (23)$$

ただし、λ は、制約(8)に対応するラグランジュ乗数である。

前節と同様に、資本所得税、労働所得税の税弾力性、

$$\beta_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_r}{R}\frac{\partial R}{\partial t_r}, \qquad \beta_w \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_w}{R}\frac{\partial R}{\partial t_w}$$

さらに、効用関数が(20)の場合の、総税収に占める資本所得税収、労働所得税収の割合、

$$\gamma_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_r rq c_2^m/((1+g)m)\int n\phi(n)dn}{R},$$
$$\gamma_w \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_w w(T-h^m)\int n\phi(n)dn}{R}$$

を用いれば、(22)(23)より、

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)}\frac{\gamma_r}{\gamma_w} \quad (24)$$

が得られる。これは、同一家計経済で導出された(18)と同一である。したがって、課税ルールとして次のルールが導かれる。

（課税ルール３）同一世代内の家計に能力の差異が存在する経済においても、効用関数が(20)で表される限り、「課税ルール１」にしたがって資本所得税、労働所得税は課税されていなければならない[11)]。

このことは、資本所得税と労働所得税については、効用関数が(20)であれば、能力の分布と無関係なかたちで課税ルールが導出されることを示している。つまり、能力の差異が存在したとしても、同一家計を想定したときと同じ（課税ルール１）が、適用されるのである。その意味で、（課税ルール１）の適用可能性は非常に広いと言える。さらに、この課税ルールは、家計の能力の分布が分からなくとも、税収関数の性質のみによって適用可能なルールであり、必要なデータの少なさ、入手の容易さを考慮すれば、「実用」の面では、極めて有用なものである。

つまり、同一世代内の家計の間に能力の差異が認められる経済であっても、消費と余暇の間に分離可能性が認められれば、社会的厚生を最大にするように一定税収を上げるための課税ルールは、能力分布の状況を考慮することなく単なる税収関数の諸性質のみの知識を用いて適用が可能となるのである。

5　結び

（課税ルール１，３）によって、社会的厚生を最大化する課税体系のもつ性質を、市場で観

11) 課税ルールを表現する(24)の税収の割合 γ_r, γ_w の中に、基準としてとった能力 m、及び、能力 m の家計の選択 c_1^m, h^m が入っているため、基準とする能力をもつ家計の選択を変えると、課税ルールが変化すると考えるかもしれない。しかし、ここでの特定化した効用関数の下では、c_2^m は、能力が m の n 倍の家計が選択されれば、その水準は n 倍となり、h^m は m について不変であるので、基準としてとる家計の能力の水準には課税ルールは依存しない。

測可能なデータを通じて「課税ルール」のかたちで抽出することができた。今までは、最適課税論は現実への適用性が低く、理論的な思考の枠内にとどまるものであった。一方、本稿での試みは、最適課税論を現実に適用可能なものとし、さらに、功利主義が描く望ましい世界を我々の目に見えるかたちで表現することを可能にするものである。このような方向での分析が行われることによって、最適課税論が応用経済学の一分野にとどまることなく一つの租税理論として確立されることを可能にするように思われる。

しかし、ここでの分析は、以下のような残された問題が存在する。

まず、能力が異なる家計が存在する場合においては、効用関数が⒇のようなかたちで分離可能なときしか、課税ルールの考察を行っていない。より一般的な効用関数において、どのような課税ルールが市場で観測可能なデータで描けるかを考察することが検討すべき課題として残されている。

また、本稿のような重複世代モデルによって表される経済と現実の経済の間には、埋めがたい大きな相違が存在すると言わざるを得ない。特に、「課税ルール」の考察においては、定常均衡に分析の対象を限定している。市場で観測されるデータが定常均衡状態でのデータであるとみなしうるかどうかは議論の分かれるところであろう。そのため、ここでの課税ルールを、実際のデータをあてはめることによって、現実の税制を評価に用いるには、留意が必要である。しかし、コーホート・データなどの加工したデータを用いて、課税ルールの適用を試みることは今後の課題として残されていると言える。

さらに、本稿では、政府は各期ごとに一定税収を上げ、その税収を民間経済にまったく影響を与えないかたちで支出するとして、政府の支出政策の側面を完全に捨象してしまっている。この設定は、やはり余りにも ad hoc な設定である。

既存の重複世代モデルでの最適課税分析では、一般に、資本所得税と労働所得税による税収は若年世代に対する均一の移転支出として再分配されるとしている。本稿の枠組みにおいて、税収を移転支出として再分配するかたちに変更すると、同一家計を想定した場合の「課税ルール１」「課税ルール２」は成立するが、異質な家計を想定した場合には、効用関数が消費と余暇の間に分離可能性を満たす場合でも、「課税ルール３」は適用できないことになる。

本稿の分析が、移転支出を削除してしまっているという意味で既存研究の分析より一歩後退したものであるという感は否めない。ここでは、政府の収入面である資本所得税と労働所得税のみに注目したが、支出面も考慮に入れた上で分析を行うことが本稿の次の発展の方向であろう。

補論

補論１：最適課税問題の制約条件の導出

ここでは、最適課税問題の制約となる⑻の導出を行う。まず、本文中で示した労働市場、財市場、資産市場の需給均衡式を再記しておく。

$$\int n(T-h_t)\phi(n)dn = L_t^d/N_t, \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{N_t}F(K_t, L_t^d) &= \int c_{1t}\phi(n)dn \\ &\quad + \frac{1}{1+g}\int c_{2t}\phi(n)dn + \bar{e} \\ &\qquad + \frac{K_{t+1}}{N_t} - \frac{K_t}{N_t},\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{K_{t+1}}{N_t} &= \omega_t\int n(T-h_t)\phi(n)dn \\ &\qquad - \int c_{1t}\phi(n)dn\end{aligned} \tag{6}$$

ここで、生産関数の一次同次性から得られるオイラーの定理（$F(K, L^d) = (\partial F/\partial K)K + (\partial F/\partial L^d)L^d$）及び、生産者の利潤最大化条件（限界生産力原理）$\partial F/\partial K = r, \partial F/\partial L^d = w$ を考慮すれば、⑷は次のように変形できる。

$$r_t\frac{K_t}{N_t}+w_t\frac{L_t^d}{N_t}=\int c_{1t}\phi(n)dn$$
$$+\frac{1}{1+g}\int c_{2t}\phi(n)dn+\bar{e}$$
$$+(1+g)\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}}-\frac{K_t}{N_t} \qquad (a.1)$$

この式に(4)を代入し、定常状態をとれば、

$$w\int n(T-h)\phi(n)dn=\int c_1\phi(n)dn$$
$$+\frac{1}{1+g}\int c_2\phi(n)dn$$
$$+\bar{e}+(g-r)\frac{K}{N} \qquad (a.2)$$

が得られる。

一方、定常状態での資産市場の需給均衡式(6)と家計の生涯予算制約式(2)、

$$c_{1t}+q_{t+1}c_{2t+1}=\omega_t n(T-h_t)$$

より、

$$(1+g)\frac{K}{N}=q\int c_2\phi(n)dn$$

が得られる。この式の両辺を $(1+g)$ で割り、q の定義を考慮すれば、

$$\frac{K}{N}=\frac{1}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\int c_2\phi(n)dn \qquad (a.3)$$

となる。

最後に、上で得られた (a.2) と (a.3) を用いて K/N を消去すれば、本文中の(8)にあたる、

$$w\int n(T-h)\phi(n)dn=\int c_1\phi(n)dn$$
$$+\left[\frac{1+r(1-t_r)+(g-r)}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\right]\int c_2\phi(n)dn$$
$$+\bar{e}$$

が得られる。

補論 2 ：同一家計の場合の最適課税条件の導出

ここでは、最適課税問題の 1 階の条件(16)(17)の導出を行う。第 3 節においてはすべての家計の能力指標 n が 1 である同一家計ケースを考察しているので、社会的厚生関数(7)と最適課税問題の制約条件となる(8)の能力に関する分布の考慮は必要なくなる。したがって、ここでの最適課税問題は、

$$\max_{t_r,t_w}.\quad V(t_r,t_w;w,r),$$
$$\text{sub.to } w(T-h)=c_1$$
$$+\frac{1+r(1-t_r)+(g-r)}{(1+g)(1+r(1-t_r))}+\bar{e}$$

である。ただし、h, c_1, c_2 は家計の行動を反映した需要関数であるので t_r, t_w の関数となる。最適課税問題に対応するラグランジュ関数は、

$$\mathcal{L}=V(t_r,t_w)+\lambda\Big[w(T-h)-c_1$$
$$-\frac{1+r(1-t_r)+g-r}{(1+g)(1+r(1-t_r))}c_2+\bar{e}\Big]$$

となる。λ はラグランジュ乗数である。最適課税問題の解の必要条件は、次のようになる。

$$\frac{\partial V}{\partial t_r}-\lambda\Big[w\frac{\partial h}{\partial t_r}+\frac{\partial c_1}{\partial t_r}$$
$$+\frac{r(g-r)}{(1+g)(1+r(1-t_r))^2}c_2$$
$$+\frac{1+r(1-t_r)+g-r}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\frac{\partial c_2}{\partial t_r}\Big]=0 \qquad (b.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t_r}-\lambda\Big[w\frac{\partial h}{\partial t_w}+\frac{\partial c_1}{\partial t_w}$$
$$+\frac{1+r(1-t_r)+g-r}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\frac{\partial c_2}{\partial t_w}\Big]=0 \qquad (b.2)$$

ところで、家計の若年期消費、老年期消費、余暇の需要関数は、生涯予算制約式

$$c_1 + qc_2 = \omega n(T-h)$$

を満たす。これを t_r, t_w で偏微分すれば、

$$\frac{\partial c_1}{\partial t_r} + \frac{1}{1+r(1-t_r)}\frac{\partial c_2}{\partial t_r} + (1-t_w)w\frac{\partial h}{\partial t_r} + \frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}c_2 = 0 \qquad \text{(b.3)}$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t_w} + \frac{1}{1+r(1-t_r)}\frac{\partial c_2}{\partial t_w} = -w(T-h) - w(1-t_w)\frac{\partial h}{\partial t_w} \qquad \text{(b.4)}$$

が得られる。

ここで、(b.1) と (b.2) について (b.3) と (b.4) を用いて $\partial c_1/\partial t_r, \partial c_1/\partial t_w$ を消去すれば、

$$\frac{\partial V}{\partial t_r} + \lambda\Big[\frac{t_r r}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\frac{\partial c_2}{\partial t_r} - t_w w\frac{\partial h}{\partial t_r} + \frac{r(1+r)}{(1+g)(1+r(1-t_r))^2}c_2\Big] = 0 \quad \text{(b.5)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t_w} + \lambda\Big[\frac{t_r r}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\frac{\partial c_2}{\partial t_w} - t_w w\frac{\partial h}{\partial t_w} + w(T-h)\Big] = 0 \qquad \text{(b.6)}$$

となる。

税収関数は、

$$R \stackrel{\text{def}}{=} t_w w(T-h) + \frac{t_r r q}{1+g}c_2$$

と定義されたが、h, c_2 が家計の需要関数であることに注意して税収関数を t_r, t_w で偏微分すれば、

$$\frac{\partial R}{\partial t_r} = \frac{t_r r}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\frac{\partial c_2}{\partial t_r} - t_w w\frac{\partial h}{\partial t_r} + \frac{r(1+r)c_2}{(1+g)(1+r(1-t_r))^2} \qquad \text{(b.7)}$$

$$\frac{\partial R}{\partial t_w} = \frac{t_r r}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\frac{\partial c_2}{\partial t_w} - t_w w\frac{\partial h}{\partial t_w} + w(T-h) \qquad \text{(b.8)}$$

が得られる。さらに、間接効用関数については、ロワの恒等式、

$$\frac{\partial V}{\partial t_r} = -\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}\alpha c_2, \quad \text{(b.9)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t_w} = -w\alpha(T-h) \qquad \text{(b.10)}$$

が成立している。ただし、α は家計の所得の限界効用である。

上記の (b.7)(b.8)(b.9)(b.10) の関係を、変形された最適課税問題の 1 階の条件 (b.5)(b.6) に考慮すれば、結果的に、

$$-\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}\alpha c_2 + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_r} = 0,$$

$$-w\alpha(T-h) + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_w} = 0$$

が得られる。これは、本文中の⒃⒄である。

補論 3 ：時間賦存量と余暇の関係

ここでは、効用関数を $U(c_1, c_2, h) = U_1(c_1, c_2)\,U_2(h)$、ただし、$U(c_1, c_2)$ が一次同次、$U_1(c_1, c_2)$ が v 次同次、$U_2(h)$ が $(1-v)$ 次同次とした場合に、家計の効用最大化行動の結果、時間賦存量 T と余暇 h の間に $h=(1-v)T$ が成立することを示す。

任意の能力 n の家計の効用最大化問題は、

$$\max_{c_1, c_2, h}.\quad U_1(c_1, c_2)U_2(h),$$
$$\text{sub.to } c_1 + qc_2 = \omega n(T-h)$$

である。能力 n の家計の生涯予算制約式に対するラグランジュ乗数を α^n とすれば、効用最大化の 1 階の条件は、

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_1}(c_1, c_2)U_2(h) = \alpha^n, \qquad \text{(c.1)}$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_2}(c_1, c_2)U_2(h) = \alpha^n q, \qquad \text{(c.2)}$$

$$U_1(c_1, c_2)\frac{dU_2}{dh} = \alpha^n \omega n \qquad \text{(c.3)}$$

と生涯予算制約式となる。

一方、効用関数 $U(c_1, c_2, h) = U_1(c_1, c_2)U_2(h)$ は一次同次関数であるので、オイラーの定理より、

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_1}(c_1, c_2)U_2(h)c_1 + \frac{\partial U_1}{\partial c_2}(c_1, c_2)U_2(h)c_2 + U_1(c_1, c_2)\frac{dU_2}{dh}(h)h = U_1(c_1, c_2)U_2(h) \quad \text{(c.4)}$$

が成立する。この (c.4) に家計の効用最大化の1階の条件 (c.1)-(c.3) を代入すれば、

$$\alpha^n c_1 + \alpha^n q c_2 + \alpha^n \omega n h = U_1(c_1, c_2)U_2(h)$$

つまり、

$$c_1 + qc_2 + \omega n h = \frac{U_1(c_1, c_2)U_2(h)}{\alpha^n} \quad \text{(c.5)}$$

が得られる。ここで、生涯予算制約式が成立していることを考慮すれば、

$$\omega n T = (U_1(c_1, c_2)U_2(h))/\alpha^n$$

となる。さらに、効用最大化の1階の条件 (c.3) を考慮すると、

$$\frac{U_2(h)}{T} = \frac{dU_2}{dh} \qquad \text{(c.6)}$$

となる。一方、$U_2(h)$ は $(1-v)$ 次同次関数であるので、オイラーの定理より、

$$\frac{dU_2(h)}{dh}h = (1-v)U_2(h) \qquad \text{(c.7)}$$

が成立する。したがって、(c.6)(c.7) より、時間賦存量と余暇の関係、

$$h = (1-v)T$$

が得られる。

補論4：能力の異なる家計の消費者選択の関係

ここでは、本文中のように効用関数を特定化した場合、賃金獲得能力の異なる家計の消費者選択の間に、ある能力 m の家計の消費者選択を (c_1^m, c_2^m, h^m) とすれば、任意の能力 n の家計の消費者選択は $((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m, h^m)$ となる関係が存在することを示す。さらに、その結果、能力 n の家計と能力 m の家計の所得の限界効用 α^n, α^m の間に

$$\frac{\alpha^n}{\alpha^m} = \left[\frac{n}{m}\right]^{v-1}$$

という関係が成立することを示す。

まず、任意の能力 n の家計の予算制約式を満たす消費と余暇の組み合わせの集合を

$$B_n \stackrel{\text{def}}{=} \{(c_1, c_2, h) | c_1 + qc_2 + \omega n h = \omega n T\}$$

と表す。ここで、任意の $(c_1, c_2, h) \in B_n$ 対して、ある能力 m をとると（両辺に (m/n) をかけることによって)、

$$\frac{m}{n}c_1 + q\frac{m}{n}c_2 + \omega m h = \omega m T$$

となるので、$((m/n)c_1, (m/n)c_2, h)$ は、能力 m の家計の予算集合 B_m の要素ということになる。

能力 m の家計の効用最大化問題は

$$\max.\, U_1(c_1, c_2)U_2(h),$$

$$\text{sub.to}\, (c_1, c_2, h) \in B_m$$

であるが、この問題の解を (c_1^m, c_2^m, h_m) とすれば、

$$U_1(c_1^m, c_2^m)U_2(h^m) \geq U((m/n)c_1, (m/n)c_2, h) = \left[\frac{m}{n}\right]^v U(c_1, c_2)U_2(h), \quad \text{(d.1)} \quad \text{for } \forall(c_1, c_2, h) \in B_n$$

である。ただし、2行目の等号は $U_1(c_1, c_2)$ の v 次同次性から成立する。

一方、$U_1(c_1, c_2)$ が v 次同次であることから、次の関係も成立する。

$$U_1(c_1^m, c_2^m)U_2(h^m) = \left[\frac{m}{n}\right]^v U_1((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m)U_2(h^m) \quad \text{(d.2)}$$

上の (d.1)(d.2) より、

$$U_1((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m)U_2(h) \geq U_1(c_1, c_2)U_2(h)$$

が得られる。ここで、(c_1, c_2, h) は B_n の任意の要素であり、$((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m, h^m)$ も B_n の要素であるので、$((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m, h^m)$ は能力 n の効用最大化問題の解であるということができる。

さらに、能力 m の効用最大化問題の解を (c_1^m, c_2^m, h^m) であり、能力 n の家計の効用最大化問題の解が $((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m, h^m)$ となるのであれば、補論3で見た効用最大化の1階の条件 (c.3) より、

$$U_1((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m)\frac{dU_2(h^m)}{dh} = \alpha^n \omega n \quad \text{(d.3)}$$

$$U_1(c_1^m, c_2^m)\frac{dU_2(h^m)}{dh} = \alpha^m \omega m \quad \text{(d.4)}$$

が成立している。(d.3) については、$U_1(c_1,c_2)$ の v 次同次性より、次のように書き換えることができる。

$$\left[\frac{n}{m}\right]^v U_1(c_1^m, c_2^m)\frac{dU_2(h^m)}{dh} = \alpha^n \omega n \quad \text{(d.5)}$$

この (d.5) を (d.4) で割れば、

$$\frac{\alpha^n}{\alpha^m} = \left[\frac{n}{m}\right]^{v-1}$$

が得られる。

補論5：異質な家計の場合の最適課税条件の導出

ここでは、最適課税問題の1階の条件である(22)(23)の導出を行う。しかし、この条件の導出は、補論2の同一家計の場合の最適課税条件の導出とほぼ同様の手続きをとるので、ここでは簡単な概略のみを説明することにする。まず、同一世代内の家計の賃金獲得能力の差異を考慮した場合の最適課税問題は、

$$\max_{t_r, t_w}. \int V^n(t_r, t_w)\phi(n)dn$$
$$\text{sub.to}$$
$$w\int n(T-h^n)\phi(n)dn = \int c_1^n\phi(n)dn + \left[\frac{1+r(1-t_r)+(g-r)}{(1+g)(1+r(1-t_r))}\right]\int c_2^n\phi(n)dn + \bar{e}$$

となる。ここでは、V^n, c_1^n, c_2^n, h^n というように上付き添字 n をつけることによって、能力 n の家計の間接効用関数、需要関数を表すことにする。

この問題の制約条件に対するラグランジュ乗数を λ とし、補論2と同じようにラグランジュ関数を t_r, t_w で偏微分してゼロとおくことで得られる1階の条件に、家計の生涯予算制約式を t_r, t_w で微分することによって得られる関係を代入することによって、

$$\int \frac{\partial V^n}{\partial t_r}\phi(n)dn + \lambda\Big[\frac{t_r r q}{1+g}\int \frac{\partial c_2^n}{\partial t_r}\phi(n)dn - t_w w\int n\frac{\partial h^n}{\partial t_r}\phi(n)dn + \frac{r(1+r)q^2}{1+g}\int c_2\phi(n)dn\Big] = 0 \quad \text{(e.1)}$$

$$\int \frac{\partial V^n}{\partial t_w}\phi(n)dn + \lambda\Big[\frac{t_r rq}{1+g}\int \frac{\partial c_2^n}{\partial t_w}\phi(n)dn$$
$$-t_w w\int n\frac{\partial h^n}{\partial t_w}\phi(n)dn$$
$$+w\int n(T-h^n)\phi(n)dn\Big] = 0 \qquad \text{(e.2)}$$

が得られる。

一方、間接効用関数については、次のロワの恒等式が成立する。

$$\frac{\partial V^n}{\partial t_r} = -\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}\alpha^n c_2^n, \text{(e.3)}$$
$$\frac{\partial V^n}{\partial t_w} = -w\alpha^n n(T-h^n). \qquad \text{(e.4)}$$

ただし、α^n は能力 n の家計の所得の限界効用である。

さらに、税収関数を t_r, t_w で偏微分すれば、

$$\frac{\partial R}{\partial t_r} = \frac{t_r rq}{1+g}\int \frac{\partial c_2^n}{\partial t_r}\phi(n)dn$$
$$-t_w w\int n\frac{\partial h^n}{\partial t_r}\phi(n)dn$$
$$+\frac{r(1+r)q^2}{1+g}\int c_2\phi(n)dn \qquad \text{(e.5)}$$
$$\frac{\partial R}{\partial t_w} = \frac{t_r rq}{1+g}\int \frac{\partial c_2^n}{\partial t_w}\phi(n)dn$$
$$-t_w w\int n\frac{\partial h^n}{\partial t_w}\phi(n)dn$$
$$+w\int n(T-h^n)\phi(n)dn \qquad \text{(e.6)}$$

となる。

この (e.3)(e.4)(e.5)(e.6) を最適課税問題の１階の条件 (e.1)(e.2) に考慮すれば、

$$-\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2}\int \alpha^n c_2^n\phi(n)dn + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_r} = 0$$
$$-w\int \alpha^n n(T-h^n)\phi(n)dn + \lambda\frac{\partial R}{\partial t_w} = 0$$

が得られる。ここに補論 4 で得られた効用関数を特定化したときの能力 n と能力 m の家計の間の消費者選択の関係

$$c_2^n = \left[\frac{n}{m}\right]c_2^m, \qquad h^n = h^m,$$
$$\alpha^n = \alpha^m\left[\frac{n}{m}\right]^{v-1}$$

を代入すれば、本文中の最適課税問題の１階の条件(22)(23)が得られることになる。

参考文献

Andrews, W. D. (1974), "A Consumption-type or cash flow personal income tax," *Harvard Law Review* 87.

Atkinson, A. B. and A. Sandmo (1980), "Welfare implications of the taxation of savings," *Economic Journal* 90, 525-549.

Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz (1976), "The design of tax structure: Direct versus indirect taxation," *Journal of Public Economics* 6, 55-75.

Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz (1980), *Lectures on Public Economics*, McGraw-Hill, New York.

Diamond, P. A. (1975), "A many-person Ramsey tax rule," *Journal of Public Economics* 4, 335-342.

Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees (1971), "Optimal taxation and public production I: production efficiency and II: tax rules," *American Economic Review* 61, 8-27 and 261-278.

Hamada, K. (1972), "Lifetime equity and dynamic efficiency on the balanced growth path," *Journal of Public Economics* 1, 379-396.

Ihori, T. (1981), "The golden rule and Ramsey rule at a second best solution," *Economic Letters* 8, 89-93.

King, M. A. (1980), "Savings and taxtion," in G. Hughes and G. Heal (ed)., *Public Policy and the Tax Systems*, Allen & Unwin, London.

Miyakawa. T. (1996), "Optimal taxation, dynamic inefficiency and intragenerational lifetime equity," *Tezukayama University Discussion Paper*, F-110.

Park, N.H.(1991), "Steady-state solutions of optimal tax mixes in an overlapping-generations model," *Journal of Public Economics* 46, 227-246.

Yoshida, M. (1995), "Optimal income taxation, dynamic efficiency, and the social cost of public expenditure," *Japanese Economic Review* 46, 383-397.

入谷純（1986)『租税の最適理論』東洋経済新報社。

西村和雄（1990)『ミクロ経済学』東洋経済新報社。