関西学院大学大学院理工学研究科
2025 年度入学試験
（一次：2024 年 8 月 2 日実施）

専門科目
情報工学専攻
（11:10-13:10　120 分）

【試験にあたっての注意】

1. 筆記用具以外はカバンに入れ、カバンは床の上に置くこと。
2. 携帯電話、スマートフォン、ウェアラブル端末、音楽プレーヤー等の音の出る機器の電源を切ること。
   なお、アラームを設定している人は解除してから電源を切り、カバンにしまうこと。
3. 時計のアラームは解除すること。携帯電話を時計として使用することは認めない。
4. 試験の途中退出は認めない。ただし、やむを得ない場合は挙手し監督者に知らせること。
5. 不審な言動は慎むこと。不正行為が発覚した場合、全科目を 0 点とする。
6. 試験用紙は以下の構成となっている。
   ①　問題冊子 1 冊
   ②　選択問題調査書、解答用紙
7. 指示があるまで問題冊子および解答用紙を開かないこと。
8. 解答用紙のホチキスは、はずさないこと（提出時もホチキス留めのまま提出すること）。
9. 各問題は、所定の解答用紙に解答すること。
10. 解答にあたっては、問題冊子および解答用紙に書かれた注意に従うこと。
11. 解答用紙には、氏名は記入せず、受験番号のみを記入すること。
12. 原則、解答用紙の裏面使用は不可。やむを得ず解答欄が不足する場合は＜裏面に続く＞と記載することで、裏面への記載を認める。
13. 試験終了後、問題冊子は各自持ち帰ること。

以上

［情報工学専攻（専門科目）］解答にあたって

次の［Ｉ］～［Ｖ］計５題より、４題を選択して解答せよ。解答用紙および添付された選択問題調査書の所定欄に、選択した問題番号および受験番号を必ず記入すること。
問題１題につき解答用紙１枚を使用すること。

[I] 線形代数・確率統計

[1] ある電子メールを迷惑メールとみなせば陽性，そうでなければ陰性と判定するスパムフィルタを考える．以下では，2 個のスパムフィルタ A および B を想定し，それらによる判定は独立試行とする．迷惑メールである事前確率は 0.5 とする．

スパムフィルタ A について，迷惑メールである条件のもとで，陽性と判定される確率が 0.9 である．また，迷惑メールでない場合に，陽性と判定される確率が 0.2 である．

スパムフィルタ B について，迷惑メールである条件のもとで，陽性と判定される確率が 0.7 である．また，迷惑メールでない場合に，陽性と判定される確率が 0.2 である．

以上の設定の下，次の問いに答えよ．

(1) スパムフィルタ A によって迷惑メールと判定される場合，そのメールが実際に迷惑メールである事後確率を求めよ．

(2) スパムフィルタ A とスパムフィルタ B の両方によって迷惑メールと判定される場合，そのメールが実際に迷惑メールである事後確率を求めよ．

[2] 6 行 4 列の実数行列

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

を考える．

(1) $\boldsymbol{A}$ の階数 (ランク) を求めよ．

(2) $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ を満たす $\boldsymbol{x}$ の全体は，6 次元実ベクトル空間の部分空間であり，これを V と記す．V の基底を求めよ．ただし，$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ は $\boldsymbol{A}$ の転置行列である．

(3) $\boldsymbol{A}$ の列ベクトルで張られる空間を W とする．W が V の直交補空間となることを示せ．

[II] 論理回路

以下の問いに答えよ. ただし, 論理式中において $a+b$ は a と b の論理和 (OR), ab は a と b の論理積 (AND), $\overline{a}$ は a の論理否定 (NOT), $a \oplus b$ は a と b の排他的論理和 (Exclusive OR) を表す.

[1] n 変数論理関数 f に対し, $f^d(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \overline{f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \cdots, \overline{x_n})}$ と定義される関数 f^d を f の双対関数と呼び, $f^d = f$ であるとき f を自己双対関数と呼ぶ.

$g(x, y, z) = (x + yz)(y + zx)(z + xy)$ が自己双対関数かどうか判定せよ.

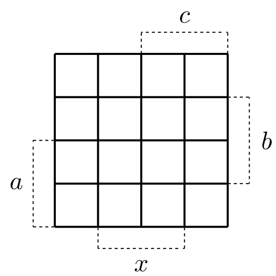
[2] $(a \oplus b \oplus c) \oplus (a + b + c) \oplus (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c})$ と等価な最小積和形論理式 (積項数最小の積和形論理式のうちリテラル数最小のもの) を示せ.

[3] 全加算器 (full adder) と NOT ゲートのみを用いて 4 ビットの減算回路を構成せよ (回路図を示せ). ただし, 回路の入出力は 2 の補数表現の 2 進数で表現されるものとする.

[4] 下記左側の状態遷移表で動作が定義される順序回路を設計する. ただし, x は入力, z は出力であり, S_0, S_1, S_2, S_3, S_4 は状態である. 下記中央の表のように, 変数 a, b, c を用いて状態割当てを行い, 3 個の D フリップフロップを用いて回路を構成する. 変数 a, b, c に対応するフリップフロップの D 入力をそれぞれ D_a, D_b, D_c とする. このとき, D_a, D_b, および D_c を変数 a, b, c, x の論理関数として表したい. 各論理関数のカルノー図 (Karnaugh map) および最小積和形論理式を示せ. ただし, 4 変数のカルノー図の変数の配置は下記右側の図の通りとすること.

現状態	次状態/z	
	$x=0$	$x=1$
S_0	$S_0/0$	$S_1/1$
S_1	$S_2/1$	$S_3/0$
S_2	$S_2/1$	$S_4/0$
S_3	$S_0/1$	$S_3/1$
S_4	$S_1/0$	$S_2/1$

状態	a	b	c
S_0	0	0	1
S_1	0	1	1
S_2	0	1	0
S_3	1	0	1
S_4	1	1	1



[III] アルゴリズムとプログラミング

[1] ハッシュ法に関する以下の問いに答えよ．

(1) ハッシュ値の衝突とは何かを簡潔に説明せよ．

(2) 内部ハッシュ法 (オープンアドレス法) で使用するハッシュ関数列として，以下の $f_k(x)$ および $g_k(x)$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ を考える．

$$f_k(x) = (h_1(x) + k) \bmod M \qquad g_k(x) = (h_1(x) + k\,h_2(x)) \bmod M$$

ただし，M は十分大きな素数であり，$a \bmod b$ は a を b で割った余りである．$h_1(x)$ および $h_2(x)$ は次式でそれぞれ与えられる．

$$h_1(x) = x \bmod M \qquad h_2(x) = 1 + (x \bmod (M-1))$$

以下の文章の空欄 $\boxed{\texttt{A}}$ から $\boxed{\texttt{D}}$ に入る適切な字句を答えよ．

M よりも十分大きな整数 N を考え，N 未満の正の整数 x と y を一様ランダムに選ぶ．この場合において，$f_0(x) = f_0(y)$ である時に，$f_1(x) = f_1(y)$ である確率を p とする．また，$g_0(x) = g_0(y)$ である時に，$g_1(x) = g_1(y)$ である確率を q とする．p を求めると $\boxed{\texttt{A}}$ となる．また，p は q よりも $\boxed{\texttt{B}}$．そのため，内部ハッシュ法においては，関数列 $\boxed{\texttt{C}}$ を使用してハッシュ値を求めたほうが，関数列 $\boxed{\texttt{D}}$ を使用するよりも少ない衝突回数となることが期待できる．

[2] 次ページに示すプログラム `main.c` は C 言語 (C99 準拠) で記述されている．`main.c` で読み込んでいるヘッダファイル `hash.h` には以下の関数が定義されており，これらの関数を用いることで正の整数 (`long long int` 型の範囲内の正の値) の集合をハッシュ表 `T` で管理できる．

`void initT()` ハッシュ表 `T` を初期化する．

`void insertT(long long int v)`
ハッシュ表 `T` に正の整数 `v` を格納する．格納に失敗した場合はプログラムを終了する．

`int searchT(long long int v)`
ハッシュ表 `T` に正の整数 `v` が格納されていれば `1` を，そうでなければ `0` を返す．

ただし，`insertT` および `searchT` の時間計算量は，ハッシュ表 `T` で管理している集合の要素数によらず $O(1)$ であるとする．

`main.c` の入力と出力がそれぞれ以下である場合に，関数 `main` 内の空欄 $\boxed{\texttt{E}}$ で実行すべき処理を記述せよ．ただし，入力される正の整数の個数に対する時間計算量のオーダの観点でなるべく効率的なものを答えよ．

- まず，2 個の正の整数 n，K が空白区切りで標準入力から入力される．次に，n 個の相異なる正の整数 x_1，x_2, ..., x_n が空白区切りで標準入力から入力される．なお，`main.c` に入力される値は，`long long int` 型の範囲を越えないものとする．
- $1 \leq i < j \leq n$ でかつ，$x_i + x_j = K$ を満たす組 (i, j) の個数 m を標準出力に出力する．

以下に，プログラム main.c の入力と出力の組み合わせ例を示す.

入力	4 5 1 2 3 4
出力	2

入力	4 3 1 2 3 4
出力	1

プログラム: main.c

```
#include <stdio.h>
#include "hash.h"

int main(void)
{
  long long int n, K;
  long long int m = 0; // 求める組の個数

  scanf("%lld %lld", &n, &K);

  long long int x[n];
  for (long long int i = 0; i < n; i++){
    scanf("%lld", &x[i]);
  }

                    E

  printf("%lld\n", m); // 出力

  return 0;
}
```

[IV] ネットワーク

[1] OSI 参照モデル (reference model) の各階層の名称を答えよ．また，第 3 層および第 4 層の役割を簡潔に説明せよ．

[2] CSMA/CD を説明した以下の (a)〜(e) のうち，間違っているものをすべて選び記号で答えよ．また，どの部分がどのように間違っているのかをそれぞれ説明せよ．

(a) 伝送路が使用中であっても端末はデータを送信できる．

(b) 衝突によってデータ送信が失敗すると，端末はすぐにデータの再送を試みる．

(c) 端末はデータ送信前にキャリアセンスを行う．

(d) 受信側から送信側へ ACK を返送することで到達確認を行う．

(e) 送信権を持ったトークンを有する端末のみがデータを送信できる．

[3] 10^6 ビット/秒の通信回線を用いて，10×10^6 オクテットのデータを伝送するために要する時間は何秒か．有効数字 3 桁で答えよ．ただし，データ伝送に用いるメッセージの大きさを 1500 オクテット，ヘッダなどのオーバヘッドを除くペイロードの大きさを 1250 オクテット，メッセージ送信間隔を 1 ミリ秒とする．

[4] stop-and-wait 型のフロー制御方式の動作を図を用いて説明せよ．

[V] 情報理論

2つの面にそれぞれ数字が1個ずつ書かれたカードが3枚ある．このうちの1枚には一方の面に1が，もう一方の面に6が書かれている．同様に別の1枚には2と5が，さらに別の1枚には3と4が各面に書かれている．

これらのカードをランダムな順番で選び，左から順にテーブルの上に並べる．このとき，上を向く面は無作為に決定されるものとする．上を向いた面に書かれた数字を左のカードから順に X_1, X_2, X_3 とする．また，X_1, X_2, X_3 のうちの最小値を $X_{\min}$，最大値を $X_{\max}$ とする．

以下の問いに整数または小数で答えよ．ただし，単位はビットとする．必要に応じて以下の近似値を用いてよい．

$$\log_2 3 \approx 1.585, \quad \log_2 5 \approx 2.322, \quad \log_2 7 \approx 2.807$$

(1) $S = X_1 + X_2 + X_3$ とするとき，S のエントロピー $H(S)$ を求めよ．

(2) $X_{\min}$ のエントロピー $H(X_{\min})$ を求めよ．

(3) 条件つきエントロピー $H(X_{\max}|X_{\min})$ を求めよ．

(4) 相互情報量 $I(X_{\min}; X_{\max})$ を求めよ．

(5) $Y = X_{\min} + X_{\max}$ とする．Y に対する瞬時符号のうち，平均符号語長が最小であるものを考える．その符号の平均符号語長を答えよ．

[I] 線形代数・確率統計　出題の狙い・解答例

出題の狙い：

[1] ベイズ推計における逐次合理性の理解を問う.
[2] 行列の行ベクトル，列ベクトルで張られる空間の相互関係の理解を問う.

解答例：

[1]　(1) 迷惑メール，通常メールを判別するスパムフィルタの性能は図 1 の通り.

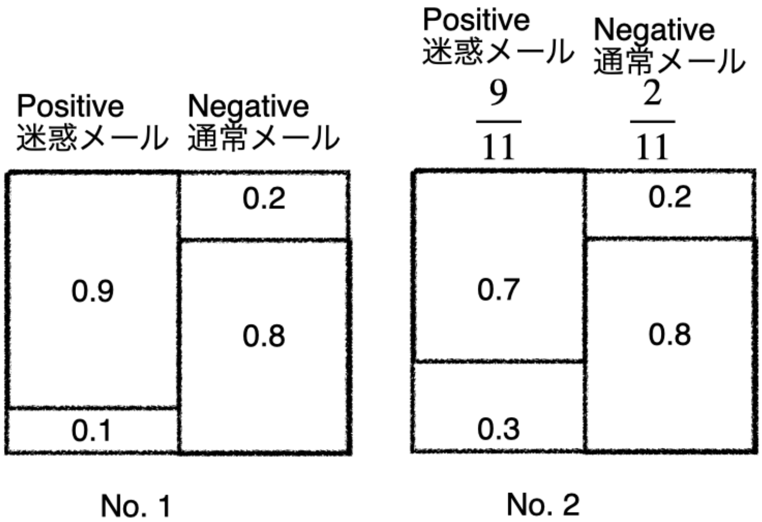


図 1: スパムフィルタ性能模式図.

$$\frac{1}{2} \times \frac{9}{10} : \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} = \frac{9}{20} : \frac{2}{20} \tag{1}$$

$$\frac{9}{20} / \frac{11}{20} = \frac{9}{11} \sim 82\% \tag{2}$$

(2)

$$\frac{7}{10} \times \frac{45}{55} : \frac{2}{10} \times \frac{10}{55} = \frac{7}{10} \times \frac{9}{11} : \frac{2}{10} \times \frac{2}{11} = \frac{63}{110} : \frac{4}{110}$$

$$\frac{63}{67} \sim 94\%$$

[2]　(1) 計算例の左列に示した通り，$\boldsymbol{A}$ に対して掃き出しを行った結果から，rank $= 3$

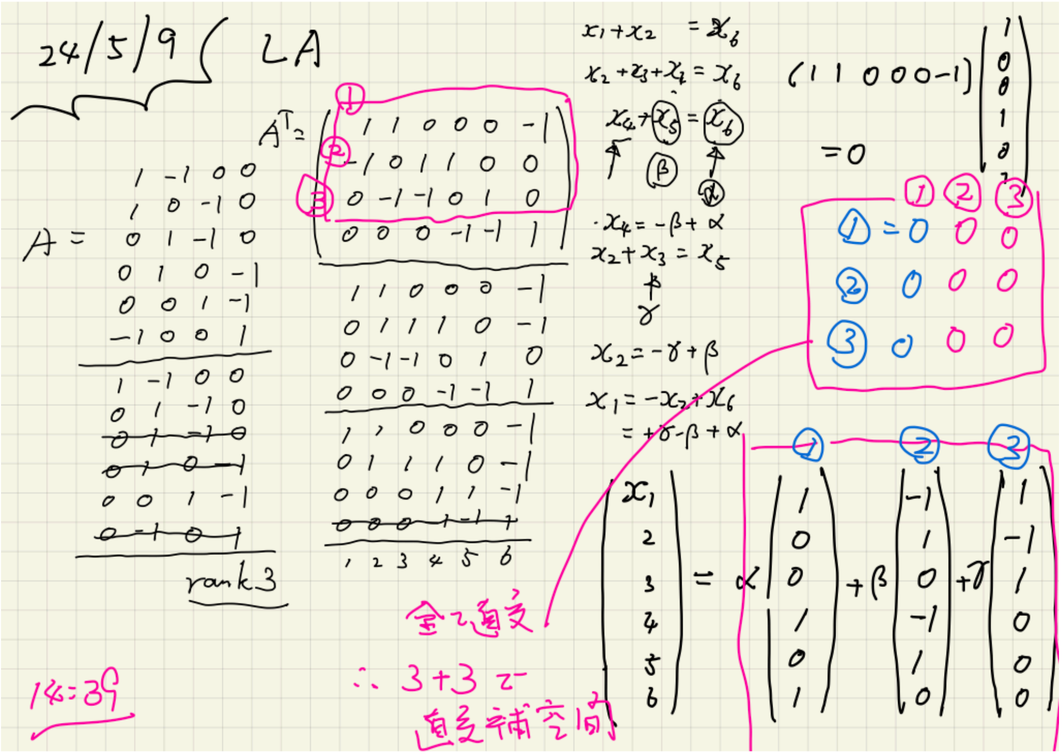


図 2: 線形代数問題の計算例.

(2) $\boldsymbol{V}$ の基底は，計算例の中央列に示した結果から，

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \\ \boldsymbol{x}_3 \\ \boldsymbol{x}_4 \\ \boldsymbol{x}_5 \\ \boldsymbol{x}_6 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

と求まる．

(3) $\boldsymbol{W}$ の基底は次のとおり．

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{w}_1 \\ \boldsymbol{w}_2 \\ \boldsymbol{w}_3 \\ \boldsymbol{w}_4 \\ \boldsymbol{w}_5 \\ \boldsymbol{w}_6 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

$\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{W}$ の基底の内積はすぐに計算できて，計算例の右上に示した通り，すべてお互いに直交する．さらにそれぞれの空間の次元は 3 であり，3+3 で直交補空間をなすことがわかる．

[II] 論理回路　出題の狙い・解答例

出題の狙い：

論理式の簡単化, 論理代数の性質, カルノー図, 最小積和形論理式の導出, 加減算回路の設計, 順序回路の設計等, 論理回路の基礎事項の理解の確認を意図している.

解答例：

[1] $g(x,y,z) = (x+yz)(y+zx)(z+xy) = (xy+zx+yz+xyz)(z+xy)$

$= (xy+zx+yz)(z+xy) = (xyz+xy+zx+xyz+yz+xyz) = xy+yz+zx$

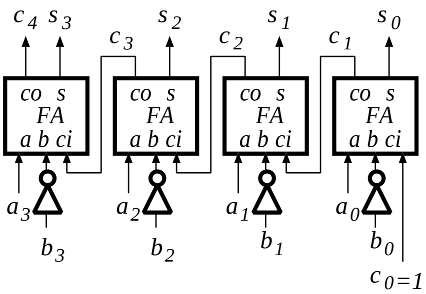
$g^d(x,y,z) = \overline{g(\overline{x},\overline{y},\overline{z})} = \overline{\overline{x}\,\overline{y}+\overline{y}\,\overline{z}+\overline{z}\,\overline{x}} = \overline{\overline{x}\,\overline{y}}\cdot\overline{\overline{y}\,\overline{z}}\cdot\overline{\overline{z}\,\overline{x}} = (x+y)(y+z)(z+x)$

$= (y+xz)(z+x) = yz+xy+xz+xz = xy+yz+zx = g(x,y,z)$

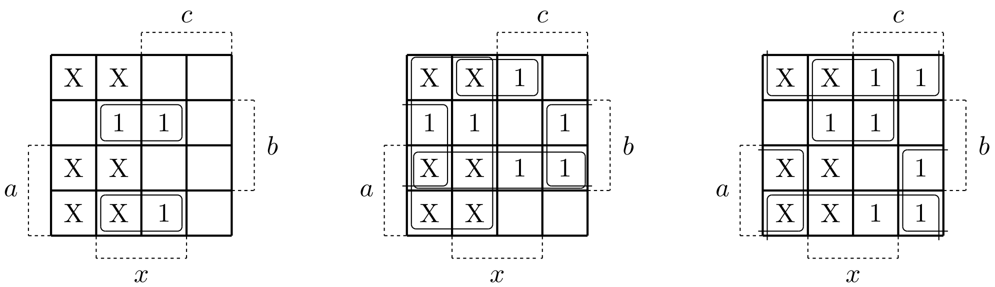
よって g は自己双対関数である.

[2] $\overline{a}\overline{b}+\overline{b}\overline{c}+\overline{c}\,\overline{a}$

[3] 入力される 2 進数を $a_3a_2a_1a_0$ および $b_3b_2b_1b_0$, 出力される 2 進数を $s_3s_2s_1s_0$ とする.



[4]　$D_a = \overline{a}bx + a\overline{b}x$　　$D_b = \overline{a}\overline{b}x + b\overline{x} + ab + \overline{c}$　　$D_c = \overline{a}x + a\overline{x} + \overline{b}$



[III] アルゴリズムとプログラミング (出題の狙い・解答例)

出題の狙い：

基本的なアルゴリズムであるハッシュ法の理解や，プログラムのリーディング能力およびコーディング能力を問う．

解答例：

[1] (1) 異なる複数の値をハッシュ関数に与えた場合に，それらのハッシュ値が同じとなること

(2) (A) 1　(B) 大きい　(C) $g_k(x)$　(D) $f_k(x)$

[2] 関数 main 内の E で実行すべき処理の例を以下に示す．

関数 main 内の E で実行すべき処理の例

```
// ハッシュ表を初期化
initT();

// A の各要素(x_i)をハッシュ表に挿入
for (long long i = 0; i < n; i++)
  insertT(x[i]);

for (long long i = 0; i < n; i++){
  long long xj = K - x[i];
  if (xj <= 0)
    continue; // 負の値はT に格納されてないためスキップ
  if (x[i] == xj)
    continue; // x_i + x_i = K は考えなくてよいのでスキップ
  if (searchT(xj) == 1) {
    m++;
  }
}
m /= 2;
```

[IV] ネットワーク 出題の狙い・解答例

出題の狙い:

[1][2][3][4] ネットワークにおける基本的な通信技術やプロトコルについて，それぞれの仕組みや役割を理解しているかを問う．

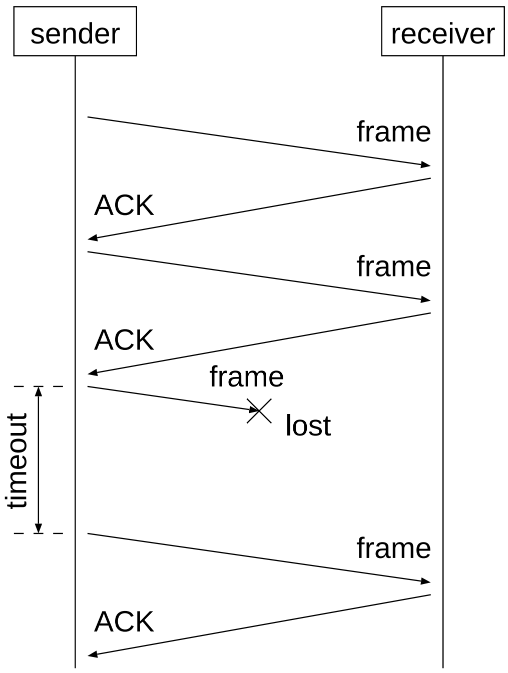
解答例:

[1] (第 1 層から第 7 層の順に) 物理層，データリンク層，ネットワーク層，トランスポート層，セッション層，プレゼンテーション層，アプリケーション層．第 3 層は，異なるネットワーク間でのデータ転送とルーティングを担当．第 4 層は信頼性のあるエンドツーエンドのデータ転送を提供．

[2]
- ア: 共有メディアのため，伝送路が使用中は送信できない．
- イ: すぐに再送せず，指数バックオフによってランダム時間後に再送する．
- エ: CSMA/CD では到達確認は行わない．
- オ: CSMA/CD ではトークンを使用しない．キャリアセンスに成功すればすぐに送信できる．

[3] 104 秒

[4] データを複数のフレームに分割し，送信側は一度に一つのフレームを送信する．送信側は ACK (確認応答) の受信を待つ．フレームを受信した受信側は ACK を送信側に返送する．送信側が ACK を受信した場合には次フレームを送信する．ACK 受信がタイムアウトした場合はフレームを再送する．



[V] 情報理論　出題の狙い・解答例

出題の狙い：

問題で与えられた確率変数が従う離散型確率分布を求めた上で，それらに関わる情報量の計算が行えること，および情報源符号化の基礎概念を理解していることを問う．

解答例：

(1)

上を向いた面に書かれた数の組み合わせ $\{X_1, X_2, X_3\}$，およびそれに対する S，$(X_{\min}, X_{\max})$，$Y = X_{\min} + X_{\max}$ は以下の表に示される通りである．

各組み合わせは確率 1/8 で生起するため，$H(S) = \log_2 8 = 3$

$\{X_1, X_2, X_3\}$	S	$(X_{\min}, X_{\max})$	Y
$\{1,2,3\}$	6	(1, 3)	4
$\{1,2,4\}$	7	(1, 4)	5
$\{1,5,3\}$	9	(1, 5)	6
$\{1,5,4\}$	10	(1, 5)	6
$\{6,2,3\}$	11	(2, 6)	8
$\{6,2,4\}$	12	(2, 6)	8
$\{6,5,3\}$	14	(3, 6)	9
$\{6,5,4\}$	15	(4, 6)	10

(2)

上表より，$P_{X_{\min}}(1) = 1/2,\ P_{X_{\min}}(2) = 1/4,\ P_{X_{\min}}(3) = 1/8,\ P_{X_{\min}}(4) = 1/8$ である．

従って，

$$H(X_{\min}) = -(1/2)\log_2(1/2) - (1/4)\log_2(1/4) - \{(1/8)\log_2(1/8)\} \times 2 = 1.75$$

(3)

$X_{\min} = 1$ として，条件つき確率分布は

$$P_{X_{\max}|X_{\min}}(3|1) = P_{X_{\max}|X_{\min}}(4|1) = 1/4, \quad P_{X_{\max}|X_{\min}}(5|1) = 1/2$$

となる．よって，

$$H(X_{\max}|X_{\min} = 1) = -(1/2)\log_2(1/2) - (1/4)\log_2(1/4) \times 2 = 1.5$$

$X_{\min} \neq 1$ が与えられたとき，$X_{\max} = 6$ が一意に定まるため，$i = 2, 3, 4$ について $H(X_{\max}|X_{\min} = i) = 0$ である．従って，

$$\begin{aligned} H(X_{\max}|X_{\min}) &= \sum_{i=1}^{4} P_{X_{\min}}(i) H(X_{\max}|X_{\min} = i) \\ &= (1/2) \times H(X_{\max}|X_{\min} = 1) \\ &= 0.75 \end{aligned}$$

(4)

$i = 1, 2, 3, 4$ について $P_{X_{\min}}(i) = P_{X_{\max}}(7 - i)$ であるため，$H(X_{\min}) = H(X_{\max})$ である．従って，

$$I(X_{\min}; X_{\max}) = H(X_{\max}) - H(X_{\max}|X_{\min}) = 1.75 - 0.75 = 1$$

(5)

上表より，$Y = 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9,\ 10$ となる確率は順に $1/8,\ 1/8,\ 2/8,\ 2/8,\ 1/8,\ 1/8$ である．ハフマン符号化を行うとき，符号語長は順に $3,\ 3,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3$ となる．従って，平均符号語長は

$$(2/8) \times 2 \times 2 + (1/8) \times 3 \times 4 = 2.5$$