

関西学院大学大学院理工学研究科

2025 年度入学試験

(一次：2024 年 8 月 2 日実施)

専門科目

先進エネルギーナノ工学専攻

(11:10-13:10 120 分)

【試験にあたっての注意】

1. 筆記用具以外はカバンに入れ、カバンは床の上に置くこと。
2. 携帯電話、スマートフォン、ウェアラブル端末、音楽プレーヤー等の音の出る機器の電源を切ること。
なお、アラームを設定している人は解除してから電源を切り、カバンにしまうこと。
3. 時計のアラームは解除すること。携帯電話を時計として使用することは認めない。
4. 試験の途中退出は認めない。ただし、やむを得ない場合は挙手し監督者に知らせること。
5. 不審な言動は慎むこと。不正行為が発覚した場合、全科目を 0 点とする。
6. 試験用紙は以下の構成となっている。
 - ① 問題冊子 1 冊
 - ② 選択問題調査書、解答用紙
7. 指示があるまで問題冊子および解答用紙を開かないこと。
8. 解答用紙のホチキスは、はずさないこと（提出時もホチキス留めのまま提出すること）。
9. 各問題は、所定の解答用紙に解答すること。
10. 解答にあたっては、問題冊子および解答用紙に書かれた注意に従うこと。
11. 解答用紙には、氏名は記入せず、受験番号のみを記入すること。
12. 原則、解答用紙の裏面使用は不可。やむを得ず解答欄が不足する場合は＜裏面に続く＞と記載することで、裏面への記載を認める。
13. 試験終了後、問題冊子は各自持ち帰ること。

以上

〔先進エネルギー—ナノ工学専攻（専門科目）〕 解答にあたって

次の〔Ⅰ〕～〔Ⅶ〕計7題の中から4題を選択して解答せよ。

ただし、電気電子応用工学課程の研究室に配属希望の場合、以下の追加条件があるので注意すること。

- ・ 数学と電磁気は必ず選択すること
- ・ 電気回路と固体物性は、どちらか一方または両方を選択すること

解答用紙および添付された選択科目調査書に選択した問題番号等必要事項を記入すること。

なお、解答用紙は1 題につき1 枚使用すること。

[1] 数学

以下の問 1 から問 3 の中から、2 問を選択して答えよ。なお、解答用紙には選択した問の番号を明記し、それに続けて(1)～(3)の解答を記載すること。

問 1.

- (1) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$ を求めよ.
- (2) 関数 $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ を極座標 (r, θ) に変換し、 r, θ に関する偏微分を求めよ.
- (3) 関数 $f(x) = \sin x$ の $x = 0$ でのテイラー級数展開を 4 次の項まで答えよ.

問 2. $y = f(x)$ のとき、次の微分方程式の一般解を答えよ.

- (1) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + y^2}{x^2}$
- (2) $\frac{dy}{dx} + y = e^x$
- (3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$

問 3. 複素数 z について以下の(1)～(3)に答えよ. i は虚数単位とする.

- (1) $z = x + 2yi$ のとき、共役複素数と絶対値を答えよ.
- (2) 原点を中心に半径 2 の円周を正の向きに回る積分経路で、 $\int \frac{e^z}{z-1} dz$ を求めよ.
- (3) 関数 $f(z) = \frac{e^z}{z^2+1}$ の $z = i$ での留数を求めよ.

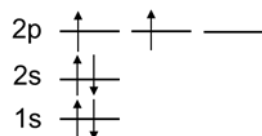
——このページは白紙です。——

[Ⅱ] 化学

以下の問1から問3に答えよ。

問1. 小分子の構造や反応などに関する以下の問いに答えよ。

- (1) 地球大気の大部分を占める窒素および酸素は、それぞれ二原子分子である。各分子を構成する窒素および酸素原子中の価電子はそれぞれどのような混成軌道状態にあるか述べよ。
- (2) 窒素および酸素原子中の価電子が、上記問(1)のような混成軌道状態を取るときの各原子の電子配置について、下記の炭素原子の基底状態における電子配置を参考にそれぞれ記せ。

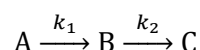


- (3) 酸素分子 O_2 とそのイオン化した分子 O_2^+ および O_2^- における酸素原子間の結合距離の大小について、各分子の結合次数とともに答えよ。
- (4) 炭素、窒素及び酸素原子が水素原子と形成する単純な分子であるメタン、アンモニア、水について、各分子を構成する炭素、窒素および酸素原子中の価電子がどのような混成軌道状態を取っているかを述べるとともに、各分子の分子構造をそれぞれ述べよ。
- (5) 上記問(4)の各分子における $\text{H}-\text{C}-\text{H}$, $\text{H}-\text{N}-\text{H}$, $\text{H}-\text{O}-\text{H}$ 結合角の大小関係を、原子価殻電子対反発則 (VSEPR 理論) を用いながら述べよ。
- (6) 上記問(4)の3つの分子のうち、極性を持つ分子を理由とともに述べよ。
- (7) アンモニアは窒素と水素から生成する。この生成反応式を書け。
- (8) 上記問(7)の反応は平衡反応である。この反応式において、高温・高圧にすると、平衡はどちらの方向に進むか、ルシャトリエの原理を用いながら説明せよ。

問 2. 電気化学に関する以下の問題に答えよ. なお, ファラデー定数を $F = 96,500 \text{ (C/mol)}$ として計算してよい.

- (1) 電気分解におけるファラデーの法則について説明せよ.
- (2) 2 A の電流を 4,825 秒間流した時に流れた電気量は何クーロンか求めよ.
- (3) その時に流れた電子 e^- の物質量は何 mol か求めよ.
- (4) 硫酸銅(CuSO_4)水溶液に 2 枚の電極を浸し, 直流を 1 時間流したところカソードでは還元反応により銅が 11.94 mg 析出した. 流した電流が 100% 反応に使われたとして, このときの平均電流を求めよ. なお, 銅の原子量は 64 として計算してよい.

問 3. 下記のように表される逐次反応について考える. ただし反応は全て 1 次反応とし, 逆反応は考えない. 各反応の反応速度定数はそれぞれ k_1 , k_2 とし, 化学種 A の初期濃度を $[A]_0$, 化学種 B, C の初期濃度は 0 とする.



- (1) 化学種 A, B, C の濃度の時間変化 (つまり反応速度) を表す式をそれぞれ書け.
- (2) 上記問(1)で求めた化学種 A に関する式を解くと, 化学種 A の濃度は $[A] = [A]_0 e^{-k_1 t}$ と表すことができる. これを(1)で求めた化学種 B に関する式に代入し, 微分方程式を解くことで, 化学種 B の濃度を時間 t の関数で表せ.
- (3) 全て一次反応のため, 化学種 A, B, C の濃度の合計は変化しないことを利用して, 化学種 C の濃度を時間 t の関数で表せ.

[Ⅲ] 電磁気

以下の問1から問3に答えよ.

問1. 3次元直交座標系 (x, y, z) の x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ として以下の問(1)から問(3)に答えよ.

- (1) 空間内の点 (x, y, z) での電場 $\vec{E}$ が, $\vec{E}(x, y, z) = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ で与えられるとき, $\text{div } \vec{E}$ を求めよ.
- (2) 空間内の点 (x, y, z) での電場 $\vec{E}$ が, $\vec{E}(x, y, z) = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ で与えられるとき, $\text{rot } \vec{E}$ を求めよ.
- (3) 原点におかれた電気量 e の点電荷から距離 r だけ離れた位置での電位 ϕ が, $\phi(x, y, z) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, (ϵ_0 は真空の誘電率)で与えられるとき, $-\text{grad } \phi$ を求めよ.

問2. 図1のように, xy 平面に無限に広がる表面をもつ導体が真空中にて接地されている. 導体の占める空間は $z < 0$ の領域である. 導体の表面から距離 a だけ離れた点 $P(0, 0, a)$ には電気量 q の正電荷がおかれており, 導体は平衡状態にある. 以下の問(1)から問(5)に答えよ.

- (1) $z > 0$ における任意の点 $W(x, y, z)$ における静電ポテンシャル ϕ を求めよ.
- (2) (1)の場合の点 W における電場 $\vec{E}(x, y, z)$ の成分 E_x, E_y, E_z をそれぞれ求めよ.
- (3) (1) (2)の解を使って、以下の(i)と(ii)の導体の境界条件が満たされていることを示せ.
 - (i) $z = 0$ の面の静電ポテンシャルが一定であること.
 - (ii) $z = 0$ の電場が xy 平面に垂直であること.
- (4) 導体表面に誘起される電荷の面密度分布 σ を求めよ.
- (5) 導体表面に誘起された全電荷 Q を求めよ.

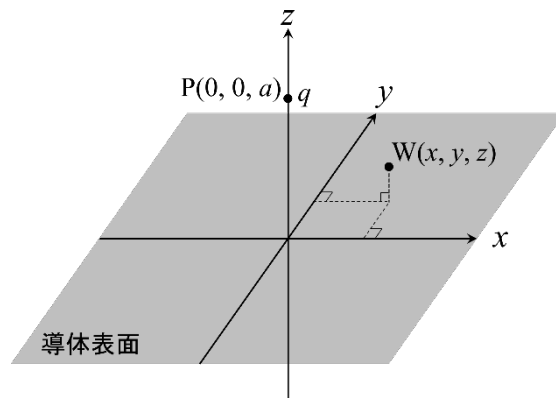


図 1

問 3. 図 2 のような、内外半径 a, b の十分に長い同軸円筒導体(長さ $L \gg a, b$)について、

以下の問(1)から問(3)に答えよ。ただし、導体の導電率を σ とする。

- (1) 内外の側面をそれぞれ正負の電極にして電流 I を流すとき、半径 r ($a \leq r \leq b$) の位置での電場の動径方向成分 E_r を I, σ, r, L を用いて表せ。
- (2) 内外の電極間の電位差 V を I, σ, L, a, b を用いて表せ。
- (3) この導体の抵抗 R を I, σ, L, a, b を用いて表せ。

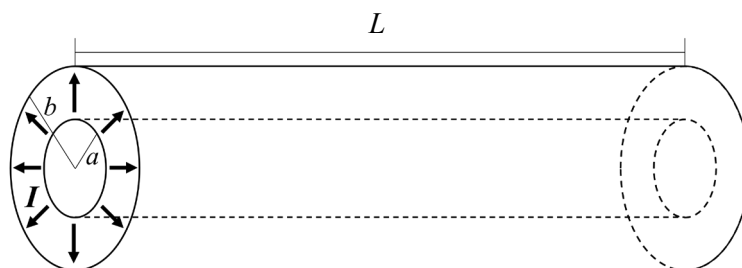


図 2

[IV] 電気回路

問1. 図 1(a)に示す回路の端子 a,b 間に角周波数 ω の交流電圧が加わっているとき、以下の問(1)から(4)に答えよ。ただし、 j を虚数単位とする。

- (1) スイッチ S が開いているときの端子 a,b 間の合成インピーダンス Z_1 を求めよ。
- (2) スイッチ S が閉じているときの端子 a,b 間の合成インピーダンス Z_2 を求めよ。
- (3) スイッチ S の開閉に関わらず、図 1(a)の合成インピーダンスが図 1(b)に示すように純抵抗 R' となるために必要な R, L, C の条件を求めよ。ただし、 $R \neq 0$ とする。
- (4) 上記(3)において、 $R' = R$ となる条件を求めよ。

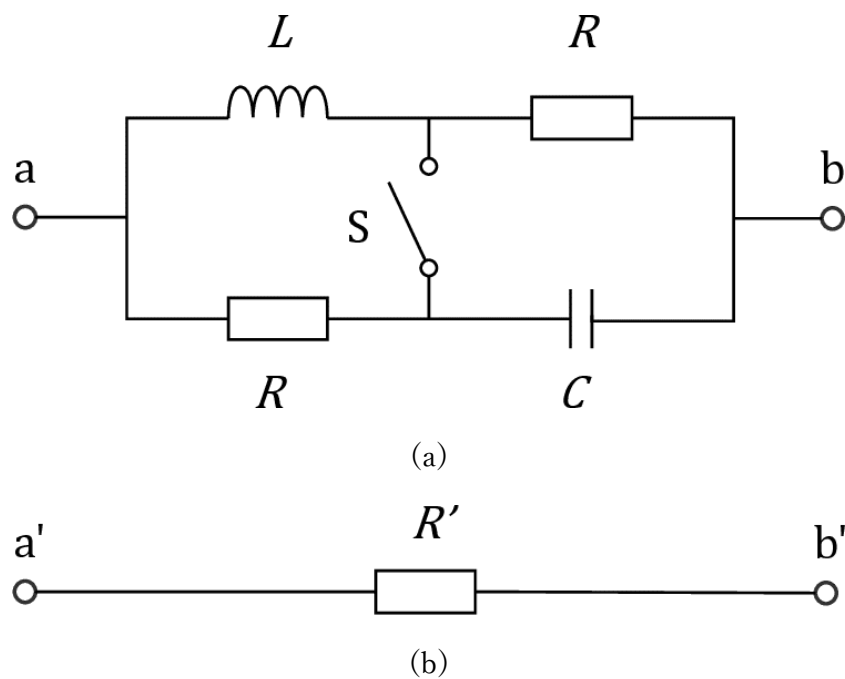


図 1

問2. 図2に示す回路について、以下の問(1)から(3)に答えよ.

- (1) スイッチ S が閉じている状態で回路が定常状態にあるとき、インダクタンス L を流れる電流 i を求めよ.
- (2) 上記(1)の状態から、 $t = 0$ でスイッチ S を開いたときにインダクタンス L を流れる電流の過渡解 $i(t)$ を求めよ.
- (3) スイッチ S を開いてから定常状態に至るまでに R_2 で消費されるエネルギーを求めよ.

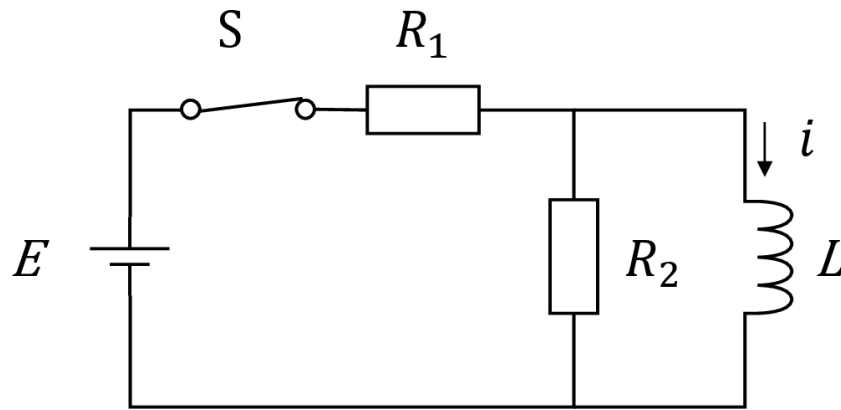


図2

[V] 熱力学

次の問 1 および問 2 に答えよ.

問 1.

- (1) 温度 T , 体積 V を状態変数とすると, 熱力学第一法則から, 系に出入りする微小熱量 $d'Q$ が以下の式(1)で表される. ここで, U は系の内部エネルギー, p は圧力である. 式(1)の導出過程を示せ.

$$d'Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV \quad (1)$$

- (2) 熱力学的状態方程式

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p \quad (2)$$

と, 定積モル比熱の式

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \quad (3)$$

を式(1)に適用することで, エントロピーの微小変化 dS を C_V , T , p , V を用いて表せ. ただし, C_V は温度に依存しないものとする.

- (3) 1 mol の気体に対するファン・デル・ワールスの状態方程式

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad (4)$$

を問 1 (2)の結果に適用することで, ファン・デル・ワールス気体のエントロピーの微小変化 dS の表式を求めよ. ここで a , b はファン・デル・ワールス定数, R は気体定数である.

- (4) 問 1 (3)の結果を積分することで, ファン・デル・ワールス気体のエントロピー $S(T, V)$ の表式を求めよ.

- (5) ファン・デル・ワールス気体の内部エネルギー $U(T, V)$ の表式を求めよ.

- (6) このファン・デル・ワールス気体の体積が, 温度 T の等温下で V_1 から V_2 に準静的に変化した. この過程でのヘルムホルツの自由エネルギーの変化量 ΔF を求めよ.

- (7) 理想気体の場合には, 問 1 (6)の変化は不可逆変化となる. この過程で気体は膨張するか, それとも収縮するか. ΔF の符号に着目し, 理由も合わせて答えよ.

問 2.

(1) 温度 T の熱平衡状態において、系がエネルギー E_i をもつ状態 i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) をとりうるものとする。この系がボルツマン分布に従うとき、分配関数 Z を E_i , T , ボルツマン定数 k_B を用いて表せ。また、系が状態 i をとる確率 P_i を求めよ。

具体的な系として、磁束密度 B の磁場中におかれた常磁性体を考える。この物質はスピン角運動量 $S = 1/2$ をもつ原子を含んでおり、原子の磁気モーメントの大きさは $|\mu| = 2S\mu_B = \mu_B$ で与えられる。ここで μ_B はボーア磁子である。他の原子との相互作用が無視できるとすると、磁場中の原子のエネルギーは、原子の磁気モーメントが磁場と平行のとき $E_1 = -\mu_B B$, 反平行のとき $E_2 = \mu_B B$ の値をとる（下図）。温度 T の熱平衡状態において、この系がボルツマン分布に従うとし、以下の問に答えよ。

(2) 一個の原子に対する分配関数 Z を求めよ。

(3) 原子の磁気モーメントが磁場と平行に向く確率 P_1 , 反平行に向く確率 P_2 を求めよ。

(4) この物質が単位体積中に N 個の原子を含むとき、熱平衡状態での磁化の大きさ M を N, B, T, k_B, μ_B を用いて表せ。

(5) 高温かつ弱磁場の条件においては、磁化は磁場に比例し、温度に反比例する ($M \propto B/T$) ことを示せ。

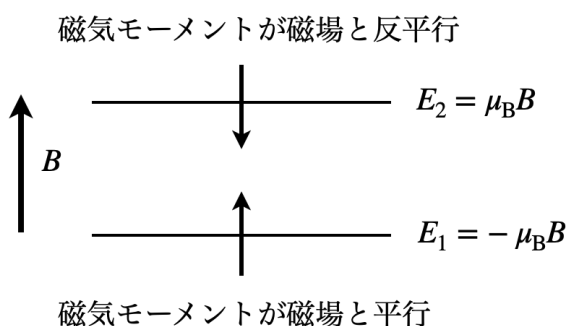


図. 磁束密度 B の磁場中での原子の磁気モーメントとエネルギー。

[VI] 量子力学

一次元 x 軸上を運動する電子の状態を考察する．このとき，シュレーディンガー方程式は，

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right\} \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t)$$

と書くことができる．ここで， m は電子の質量， $\hbar$ はプランク定数を 2π で割ったものである． $\Psi(x, t)$ は，時刻 t ，座標 x における電子の波動関数である． $V(x)$ は，座標 x におけるポテンシャルエネルギーである．以下の問に答えよ．

- (1) 定常状態では，波動関数が

$$\Psi(x, t) = \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) \phi(x)$$

と振る舞うと仮定し， $\phi(x)$ が従うべき微分方程式（時間に依存しないシュレーディンガー方程式）を導出せよ．ここで， E は定常状態 $\phi(x)$ がもつ固有エネルギーである．

次に，電子は， $0 < x < L$ では $V(x) = 0$ ，それ以外の位置では $V(x) = \infty$ であるポテンシャルエネルギー $V(x)$ に閉じ込められていると考える．ここで L は任意の正の実数とする．以下の問に答えよ．

- (2) 定常状態の波動関数 $\phi(x)$ が満たすべき境界条件を書け．

- (3) A ， B ， k を任意の実数として，

$$\phi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$$

を，定常状態の試行関数とする．境界条件を課すことで， A ， B ， k を定め，全ての固有エネルギーと規格化された波動関数（固有関数）を求めよ．

次に、基底状態の波動関数を $\phi_1(x)$ 、第一励起状態の波動関数を $\phi_2(x)$ 、第二励起状態を $\phi_3(x)$ とおく。以下の問いに答えよ。

- (4) 一般に、ある状態 $\phi(x)$ の存在確率密度分布は、 $\rho(x) = |\phi(x)|^2$ で与えられる。
第一励起状態における存在確率密度分布を求め、座標 x の関数として図示せよ。

- (5) 電子の波動関数が、 $0 < x < L$ において、

$$\Phi(x) = C \sin^3\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

であったとする。この波動関数が、 $\phi_1(x)$ と $\phi_3(x)$ の重ね合わせ（線形結合）で表されることを示し、規格化定数 C を求めよ。必要があれば、次の関係式を証明せずに用いてよい。

$$\sin(3\theta) = 3\sin(\theta) - 4\sin^3(\theta)$$

- (6) 電子が状態 $\Phi(x)$ にあるとき、エネルギーの期待値を求めよ。

次に、微小な矩形ポテンシャル $W(x)$ を印加することを考える。 $\frac{1}{4}L < x < \frac{3}{4}L$ では

$W(x) = w$ 、それ以外では $W(x) = 0$ であるとする。ここで、 w は正の実数であり、基底状態の固有エネルギーより十分に小さいとする。以下では、 $W(x)$ を印加した効果を、摂動論によって取り扱う。以下の問いに答えよ。

- (7) $W(x)$ が印加されたときの基底状態のエネルギーを求めよ。必要であれば、次の一次摂動公式を、証明をせずに使ってもよい。非摂動の状態 $\psi_0(x)$ が、摂動ポテンシャル $W(x)$ を受けたことによるエネルギーの一次摂動による変化量 δE は、期待値

$$\delta E = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi_0^* W(x) \psi_0(x)$$

で与えられる。

[VII] 固体物性

問. X 線回折に関する以下の問(1)から問(5)に答えよ.

- (1) X 線の発生原理に関する以下の文章を読み, 空欄(ア)～(オ)に適切な語句を記入せよ.

X 線は通常 X 線管中で陰極より発生した熱電子を高電圧で加速して, タングステン等の重金属でできた陽極のターゲットに衝突させて発生させる. 図 1 は銅をターゲットとする X 線管から発生する X 線スペクトルの模式図である. 図 1 において見られるお椀状のなめらかなスペクトルは, 熱電子がターゲットに衝突した際に熱電子の持っていた運動エネルギーの一部が放出されて発生する(ア)X 線によるものである. 図 1 にはその他に波長分布が狭く強度の大きい 2 本のピークが見られる. この X 線は, 熱電子によって銅原子の内殻電子が跳ね飛ばされてその軌道に空孔が生じ, エネルギーのより高い外殻軌道を占有していた電子が空孔に落ちることで発生したもので, (イ)X 線と呼ばれる. ①のピークは電子が M 殻から K 殻に落ちるときに発生する K β 線であり, ②のピークは電子が (ウ)殻から (エ)殻に落ちるときに発生する(オ)線と呼ばれる.

- (2) 単位胞からの X 線散乱に関する以下の文章を読み, 空欄(カ)～(コ)に適切な式を記入せよ. また, 空欄(サ)に適切な語句を記入せよ.

図 2 に示すように, 波長と波数ベクトルがそれぞれ $\lambda, \vec{k}_0$ である X 線を無限遠から単結晶に入射し, 波数ベクトル $\vec{k}$ の散乱 X 線を無限遠方で観測するとする. このとき散乱ベクトル $\vec{g}$ は $\vec{k}_0$ と $\vec{k}$ を用いて $\vec{g} = (\text{カ})$ と表される. いま原点 O にある原子 1 および点 P にある原子 2 に注目する. 原子 2 の位置ベクトルを $\vec{r}_2$ とすると, X 線源から入射されて原子 1 および原子 2 で散乱されてから観測点に到達するまでに, それぞれの経路で X 線が進んだ距離の差 Δl は $\lambda, \vec{g}, \vec{r}_2$ を用いて $\Delta l = (\text{キ})$ で表されるため, 観測点での位相は(ク)だけずれる. 従って, 原子 1 による散乱 X 線の観測点での振幅が原子 1 の原子散乱因子 f_1 で表されるとき, 観測点での原子 2 による散乱 X 線の振幅は, 原子 2 の原子散乱因子を f_2 とすると(ケ)で表される. 次に単位胞内に N 個の原子が含まれる場合を考える. n 番目の原子の原子散乱因子と位置ベクトルをそれぞれ $f_n, \vec{r}_n$ とすると, $\vec{k}$ 方向への散乱 X 線の合成振幅 F は $F = (\text{コ})$ で表され, (サ)因子と呼ばれる.

- (3) 図 3 に示す Cu₃Au に X 線を入射した場合の単位胞からの合成振幅 F を計算せよ. ただし, Cu と Au の原子散乱因子をそれぞれ $f_{\text{Cu}}, f_{\text{Au}}$ とする.

- (4) 面間隔に関する以下の文章を読み, 空欄(シ)～(チ)に適切な式を記入せよ.

ラウエの条件を満たすとき, 散乱ベクトルの大きさ g と面間隔 d_{hkl} との間には(シ)の関係式が成り立つ. この関係を用いて Cu₃Au の(211)面の d_{211} を求め

たい. 逆格子基本ベクトル $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$ を用いると, (211)面に対する $\vec{g}$ は $\vec{g} = (\text{ス})$ で表される. Cu_3Au のブラベ格子は単純立方格子であり, 格子定数の軸長を a とすると, $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$ の大きさはそれぞれ $a^* = (\text{セ}), b^* = (\text{ソ}), c^* = (\text{タ})$ となる. 従って, $d_{211} = (\text{チ})$ と求められる.

- (5) 図4はある単結晶の逆格子に対して入射 X 線の波数ベクトル $\vec{k}_0$ とエwald球を2次元(a^* 軸と b^* 軸で構成され, c^* 軸との交点が 0 の平面)で示したものである. このときこの平面上でラウエの条件を満たしている結晶面のミラー指数をすべて答えよ.

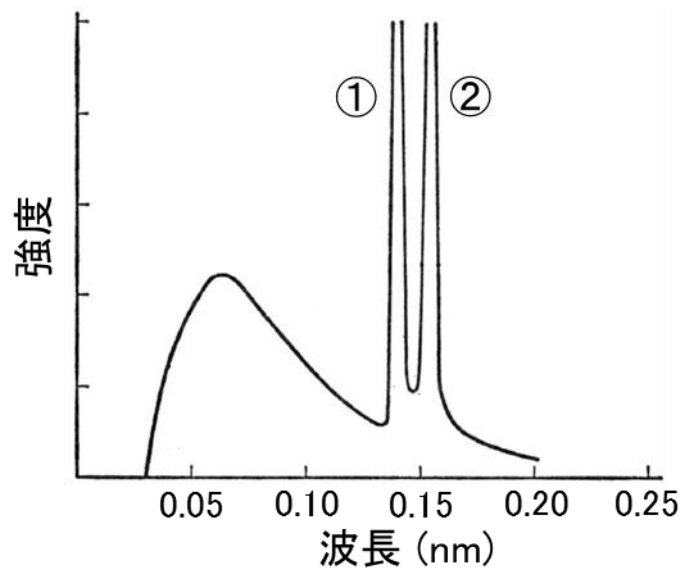


図 1

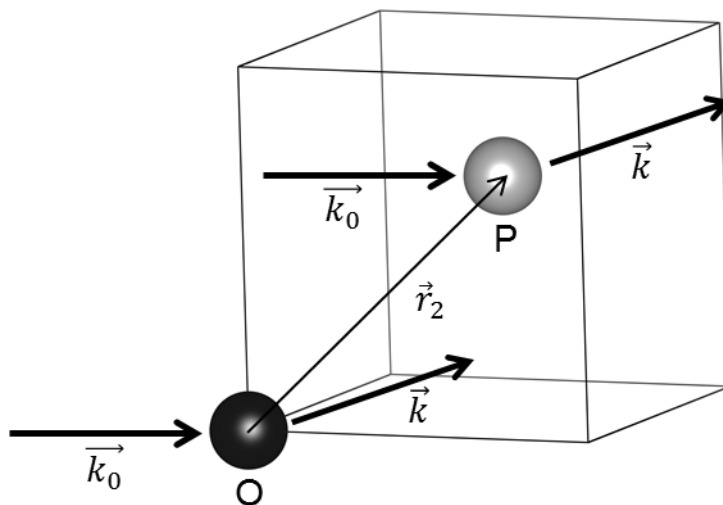


図 2

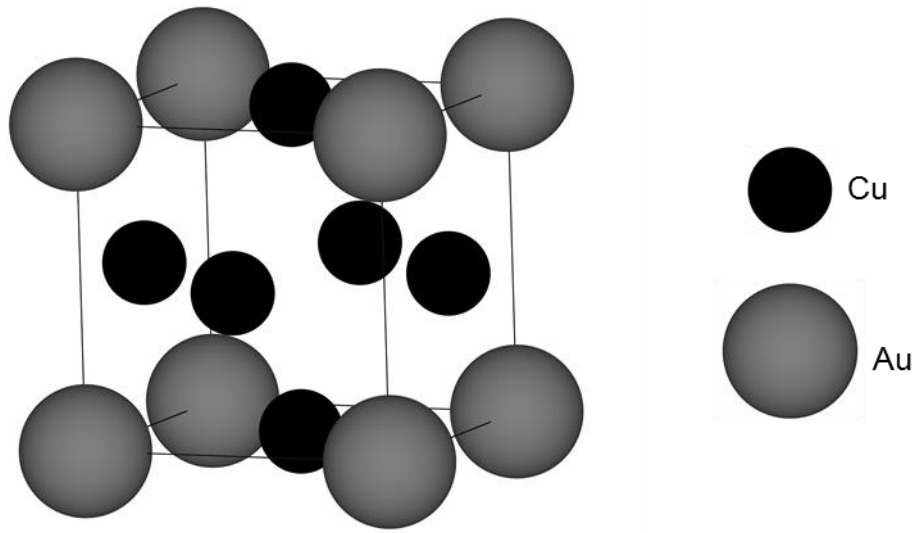


図 3

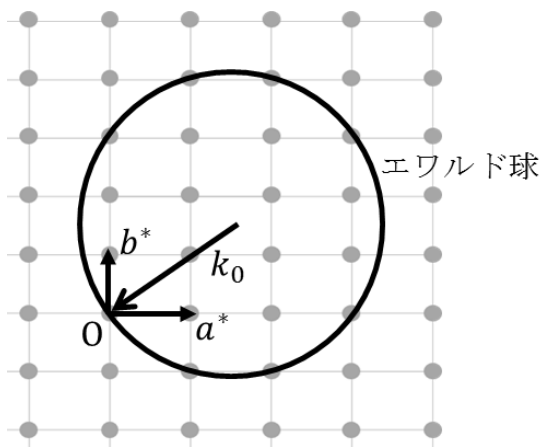


図 4

関西学院大学大学院理工学研究科 2025 年度入学試験（一次）

専門科目（先進エネルギーナノ工学専攻）

[I] 数学

出題意図

大学で学ぶ数学科目（学線形代数学、微積分学、ベクトル解析、複素関数論、常微分方程式・ラプラス変換・フーリエ変換）に関して、微積分学(問1)、微分方程式(問2)、複素関数論(問3)に関する基本的な問題が解けるかを問う。

解答例

問 1 .

$$(1) \quad \int_0^{\pi} x \sin x dx = [-x \cos x + \sin x]_0^{\pi} = \pi$$

$$(2) \quad f(r, \theta) = e^{r^2} \Rightarrow f_r = 2re^{r^2}, f_{\theta} = 0$$

$$(3) \quad \sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$$

問 2 .

$$(1) \quad y = ux \text{ とすると与式は } u + x \frac{du}{dx} = u + u^2 \Rightarrow \frac{du}{u^2} = \frac{dx}{x}$$

$$\text{両辺積分して } -\frac{1}{u} = \ln|x| + C \quad u \text{ を消して, } y = -\frac{x}{\ln|x| + C}$$

$$(2) \quad y = \frac{1}{2}e^x + Ce^{-x}$$

$$(3) \quad y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

問 3 .

$$(1) \quad \bar{z} = x - 2yi, |\bar{z}| = \sqrt{x^2 + 4y^2}$$

$$(2) \quad \int_{|z|=2} \frac{e^z}{z-1} dz = 2\pi i e$$

$$(3) \quad \text{Res}[f(z), i] = \lim_{z \rightarrow i} (z-i) \frac{e^z}{(z-i)(z+i)} = \frac{e^i}{2i}$$

[Ⅱ] (化学)

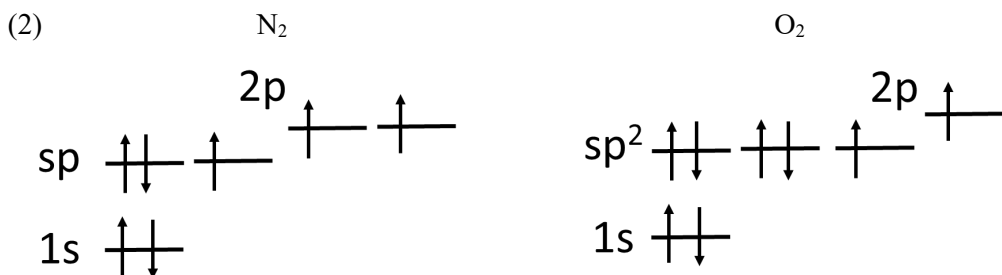
出題意図

大学で学ぶ化学系科目に関して、基礎化学(問1)、電気化学(問2)、化学反応論(問3)に関する基本的な問題が解けるかを問う。

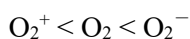
解答例

問1.

(1) N_2 : sp 混成軌道、 O_2 : sp^2 混成軌道



(3) O_2 : 2、 O_2^+ : 2.5、 O_2^- : 1.5



(4) すべて sp^3 混成軌道

(5) メタン: 正四面体、アンモニア: 三角錐、水: 折れ線



(6) H_2O 、 NH_3

(7) $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$

(8) 高压にすると分子数が減る右方向へ反応は進む。一方で、高温にすると、アンモニア生成が発熱反応のため、反応は左方向へ進む。

問2.

(1) 第1法則: 電極で反応したり, 生成したりするイオンや物質の質量(物質量)は, 流れた電気量に比例する.

第2法則: 同じ電気量によって反応したり, 生成したりするイオンの物質量は, そのイオンの価数に反比例する.

(2) $2(\text{A}) \times 4,825(\text{秒}) = 9,650(\text{C})$

(3) $e^-(\text{mol}) = 9,650(\text{C}) / 96,500(\text{C/mol}) = 0.1(\text{mol})$

(4) $W = mM = (Q/nF) M = (i \cdot t / nF) M$

$$(11.94 \times 10^{-3}) = \{(I \times 60 \times 60) / (96500 \times 2)\} \times 64$$

$$I = (11.94 \times 10^{-3} \times 96500 \times 2) / (3600 \times 64) = 0.01 \text{ A} (= 10 \text{ mA})$$

問 3.

(1)

$$\frac{d[A]}{dt} = -k_1[A], \quad \frac{d[B]}{dt} = k_1[A] - k_2[B], \quad \frac{d[C]}{dt} = k_2[B]$$

(2) 逐次反応における[B]の反応速度式は[A]の時間変化を代入すると、以下のようになる。

$$\frac{d[B]}{dt} = k_1[A]_0 e^{-k_1 t} - k_2[B]$$

[B]は明らかに時定数 k_1, k_2 の両方に依存するので、 $[B] = \alpha e^{-k_1 t} + \beta e^{-k_2 t}$ と仮定し、与式に代入すると、

$$-\alpha k_1 e^{-k_1 t} - \beta k_2 e^{-k_2 t} = (k_1[A]_0 - \alpha k_2) e^{-k_1 t} - \beta k_2 e^{-k_2 t}$$

両辺を比較して、 $-\alpha k_1 = k_1[A]_0 - \alpha k_2$

$$\therefore \alpha = \frac{k_1}{k_2 - k_1} [A]_0$$

また、 $t = 0$ のとき $[B] = \alpha + \beta = 0$ より、 $\beta = -\alpha$

$$\therefore [B] = [A]_0 \frac{k_1}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t})$$

(3) $[C] = [A]_0 - [A] - [B]$ より、

$$[C] = [A]_0 \left(1 + \frac{k_2 e^{-k_1 t} - k_1 e^{-k_2 t}}{k_1 - k_2} \right)$$

[Ⅲ] (電磁気)

出題意図

大学で学ぶ電磁気学に関して、基本的な問題を解けるかを問う。

解答例

問 1 .

$$(1) \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$(2) \quad \operatorname{rot} \vec{E} = \vec{0}$$

$$(3) \quad -\operatorname{grad} \phi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

問 2 .

$$(1) \quad \phi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z - a)^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z + a)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$(2) \quad E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z - a)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z + a)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$E_y = \frac{qy}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z - a)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z + a)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$E_z = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{z - a}{[x^2 + y^2 + (z - a)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{z + a}{[x^2 + y^2 + (z + a)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$(3) \quad (i) \quad (1) \text{ において } z = 0 \text{ とすると } \phi(x, y, 0) = 0 \quad (\text{一定})$$

(ii) (2) において $z = 0$ とすると

$$E_x = 0$$

$$E_y = 0$$

$$E_z = -\frac{qa}{2\pi\epsilon_0(x^2 + y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

よって, xy 平面に垂直である.

$$(4) \quad \sigma = -\frac{qa}{2\pi(x^2 + y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(5) \quad -q$$

問 3 .

$$(1) \quad E_r = \frac{I}{2\pi\sigma r l}$$

$$(2) \quad V = \frac{I}{2\pi\sigma l} \log\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$(3) \quad R = \frac{1}{2\pi\sigma l} \log\left(\frac{b}{a}\right)$$

[Ⅳ] (電気回路)

出題意図

大学で学ぶ電気回路科目(線形回路の定常解析、線形回路の過渡解析、回路網の諸定理、共振回路・フィルタ回路・三相交流回路)に関して、基本的な問題が解けるかを問う。

解答例

問 1 .

$$(1) Z_1 = \frac{(R + j\omega L)(R + \frac{1}{j\omega C})}{(R + j\omega L) + (R + \frac{1}{j\omega C})} = \frac{2R(R^2 + \frac{L}{C}) + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 R}{4R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} + j \frac{(R^2 - \frac{L}{C})(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{4R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$(2) Z_2 = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} + \frac{\frac{R}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\ = \frac{\frac{2RL}{C}(R^2 + \frac{L}{C}) + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 R^3}{(R^2 + \frac{L}{C})^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 R^2} + j \frac{(R^2 - \frac{L}{C})(\omega L - \frac{1}{\omega C}) R^2}{(R^2 + \frac{L}{C})^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 R^2}$$

(3) Z_1, Z_2 の虚数部はともに 0 になるため

$$R^2 - \frac{L}{C} = 0 \quad \text{または} \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$(4) L = \frac{R}{\omega}, \quad C = \frac{1}{\omega R}$$

問 2 .

$$(1) i = \frac{E}{R_1}$$

$$(2) L \frac{di}{dt} + R_2 i = 0$$

$$i = A e^{-\frac{R_2}{L}t} = \frac{E}{R_1} e^{-\frac{R_2}{L}t}$$

$$(3) W = \int_0^\infty R_2 i^2 dt = \int_0^\infty \frac{R_2^2 E^2}{R_1^2} e^{-\frac{2R_2}{L}t} dt = \frac{L}{2} \left(\frac{E}{R_1} \right)^2$$

[V] (熱力学)

出題意図

問1. 基本法則である熱力学第一法則から、エントロピーや内部エネルギーを求める問題である。全微分形式の取り扱いの習熟度、および状態方程式で表される個別の系への応用力を問う。

問2. 統計力学の基本となるボルツマン分布の理解度、およびシンプルな二準位系で表される常磁性原子を題材として応用力を問う。

解答例

問1.

(1) 熱力学第一法則から、

$$d'Q = dU + p dV \quad (*)$$

である。 T, V を独立変数として $U = U(T, V)$ と表せば、 U の全微分は

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

と書ける。これを上の式(*)に代入すると、

$$d'Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV$$

となり、式(1)が導かれた。

$$(2) \quad dS = \frac{C_V}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV$$

(3) 1 mol のファン・デル・ワールス気体の状態方程式から、

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b}$$

を得る。これを問(2)の結果の式に代入することで、

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \frac{R}{V-b} dV$$

と求められる。

$$(4) \quad S(T, V) = C_V \ln T + R \ln(V-b) + S_0 \quad (S_0 \text{ は積分定数})$$

$$(5) \quad U(T, V) = C_V T - \frac{a}{V} + U_0 \quad (U_0 \text{ は積分定数})$$

$$(6) \quad \Delta F = a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) - RT \ln \left(\frac{V_2-b}{V_1-b} \right)$$

(7) 理想気体の場合には、 $a=0, b=0$ より、 $\Delta F = -RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$ である。現象は自由エネルギーの変化が負となる方向に進むため、 $\Delta F \leq 0$ より、 $RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \geq 0$ 。よって、 $V_2 \geq V_1$ 。気体が膨張する方向に変化が起こり、逆は起こらない。

問 2.

(1) 分配関数

$$Z = \sum_i^n \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)$$

各状態をとる確率

$$P_i = \frac{\exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{Z}$$

(2) 分配関数

$$Z = \exp\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right) + \exp\left(-\frac{\mu_B B}{k_B T}\right) = 2 \cosh\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)$$

(3) 各状態をとる確率

$$P_1 = \frac{\exp\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)}{Z}$$
$$P_2 = \frac{\exp\left(-\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)}{Z}$$

(4) 原子一個の磁気モーメントの期待値は、

$$\bar{\mu} = \mu_B P_1 + (-\mu_B) P_2 = \mu_B \tanh\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)$$

で与えられる。磁化は単位体積あたりの磁気モーメントとして定義されるので、

$$M = N \bar{\mu} = N \mu_B \tanh\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)$$

(5) 高温、弱磁場の条件では $\frac{\mu_B B}{k_B T} \ll 1$ とみなせる。 $x \ll 1$ のとき $\tanh x \approx x$ と近似できるので、 $M \approx \frac{N \mu_B^2 B}{k_B T}$ となり、磁化 M が B に比例し、 T に反比例することが示された。

[VI] (量子力学)

出題意図

量子井戸型ポテンシャル中の電子の状態を題材として、量子力学の基礎的な理解を確認するための問題を出題した。

解答例

(1)

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right\} \phi(x) = E\phi(x)$$

(2) 境界条件は,

$$\phi(0) = 0, \quad \phi(L) = 0.$$

(3) 境界条件より,

$$A = 0, \quad B = \sqrt{\frac{2}{L}}, \quad k = \frac{\pi}{L}n \quad (\text{ただし, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

と求まる.

したがって、固有エネルギーは,

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L} n \right)^2.$$

規格化された波動関数は,

$$\phi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right).$$

(4) 第一励起状態の存在確率密度分布は,

$$|\phi_2|^2 = \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right).$$

図は、上記の式を $0 < x < L$ の範囲で描画すればよい.

(5) 問題の与式 $\Phi(x)$ は,

$$\Phi(x) = \frac{3}{4}C \sqrt{\frac{L}{2}} \phi_1(x) - \frac{1}{4}C \sqrt{\frac{L}{2}} \phi_3(x)$$

と変形できる. $\Phi(x)$ の規格化条件から

$$C = \frac{4}{\sqrt{5L}}$$

となる.

(6)

$$E = \langle \Phi | \hat{H} | \Phi \rangle = \frac{9E_1}{5} = \frac{9}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2$$

(7) 一次摂動の公式から,

$$\delta E = w \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \right)$$

であるから, 基底状態のエネルギーは,

$$\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} + w \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \right).$$

[VII] (固体物性)

出題意図

X 線回折に関する基礎知識の理解度を問う。

- (1) X 線の発生原理について理解できているかを問う。
(2), (3) 単位胞からの X 線散乱について理解できているかを問う。
(4), (5) ラウエの条件および逆格子について理解できているかを問う。

解答例

(1) ア:連続 イ:特性 ウ:L エ:K オ: $K\alpha$

(2) カ: $\vec{k} - \vec{k}_0$ キ: $\lambda \vec{g} \cdot \vec{r}_2$ ク: $2\pi \vec{g} \cdot \vec{r}_2$ ケ: $f_2 e^{2\pi i \vec{g} \cdot \vec{r}_2}$ コ: $\sum_{n=1}^N f_n e^{2\pi i \vec{g} \cdot \vec{r}_n}$
サ:結晶構造

$$(3) F = f_{\text{Au}} + f_{\text{Cu}} \{ e^{\pi i(h+k)} + e^{\pi i(k+l)} + e^{\pi i(l+h)} \} \\ = \begin{cases} f_{\text{Au}} + 3f_{\text{Cu}} & (h, k, l: \text{偶数と奇数が非混合の場合}) \\ f_{\text{Au}} - f_{\text{Cu}} & (h, k, l: \text{偶数と奇数が混合の場合}) \end{cases}$$

(4) シ: $d_{hkl} = 1/g$ ス: $2\vec{a}^* + \vec{b}^* + \vec{c}^*$ セ: $1/a$ ソ: $1/a$ タ: $1/a$
チ: $a/\sqrt{6}$

(5) $(1\bar{1}0)$ $(2\bar{1}0)$ (300) (330) (240) (140) (030)