問 1

ある財の需要関数と供給関数がそれぞれ

$$q = 10 + \frac{10-p}{a}$$
$$q = 10 + \frac{p-10}{b}$$

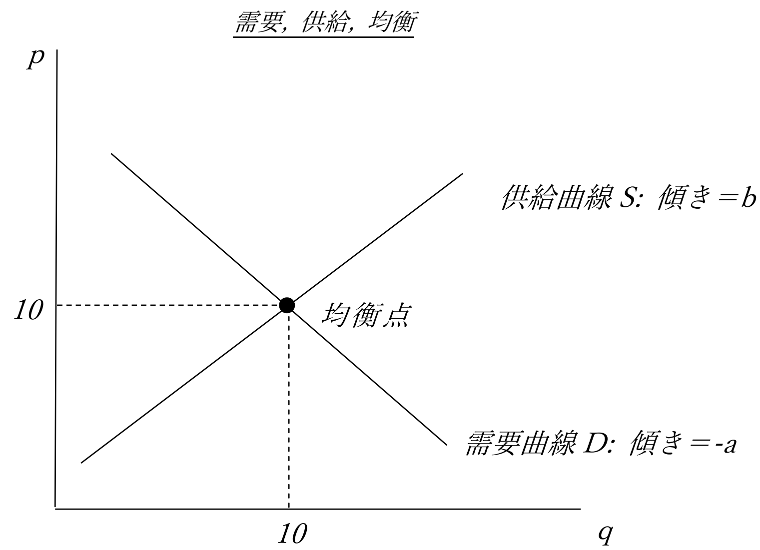
で与えられるとする（pとqはそれぞれ財の価格と数量を表し，aとbはそれぞれ正の定数である）。以下の各問に全て答えよ。

(a）縦軸を p, 横軸を q として，需要曲線と供給曲線を市場均衡価格と均衡数量の値と共に同一平面に図示せよ。また，それぞれの傾きを求めよ。途中の計算式や説明も書くこと。

(b）従量税率 t の消費税がこの財の取引に課せられたとする。このとき，消費者による消費税負担と生産者による消費税負担を比較し，消費者の負担が生産者の負担より小さくなる条件を求めよ。途中の計算式や説明も書くこと。

(解答例)

(a) 図は以下のように描ける。



需要関数と供給関数を，それぞれ p について解くと，

$$D: p = -aq+10+10a, \qquad S: p=bq+10-10b$$

となり，上の図のように<u>需要曲線の傾きは$-a$</u>，<u>供給曲線の傾きは b</u> となる。

　均衡条件より、$10+(10-p)/a=10+(p-10)/b$となる。これは更に， $p(a+b)=10(a+b)$ と書け、<u>均衡価格 が p=10</u> となることがわかる。これを需要関数に p に関して代入すると，<u>衡数量は q=10</u> となることがわかる。

(b）消費者価格を pc，生産者価格を ps と表す。 従量税率 t の消費税が課されると，

$$p_c = p_s + t \qquad \text{-- (1-1)式}$$

となる。したがって，均衡条件は

$$10 + \frac{10-(p_s+t)}{a} = 10 + \frac{p_s-10}{b}$$

と書ける。これより，

$$p_s = 10 - \frac{b}{a+b}t \qquad \text{-- (1-2)式}$$

が求まる。(1-2)式を(1-1)式に p_s に関して代入すると

$$p_c = 10 + \frac{a}{a+b}t \qquad \text{--(1-3)式}$$

が得られる。

消費者による消費税負担は消費者価格と課税前の均衡価格の差となるので（つまり $p_c - 10$），(1-3)式より消費者による消費税負担は $\frac{a}{a+b}t$ となる。また，生産者による負担は，課税前の均衡価格と課税後の生産者価格の差なので（つまり，10-p_s)，(1-2)式より生産者による消費税負担は $\frac{b}{a+b}t$ となる。したがって，消費者の負担が生産者の負担より小さくなる条件は $a<b$ となる。

問 2

２つの財（第 1 財と第 2 財），2 人の消費者（A さんと B さん）からなる交換経済を想定し，ワルラス法則について考える。 i さん($i = A$, B)の 2 財の初期保有は(w_1^i, w_2^i)であり，価格 p_1，p_2 のもとで財を交換し，消費点は(x_1^i, x_2^i)となるとする。2 人の予算制約式がそれぞれ等式で満たされ，第 1 財市場が均衡するとき，第 2 財市場も均衡することを，対応する 3 本の数式だけから導け。

(解答例)

予算制約式が等式で満たされるので，A さんと B さんの予算線はそれぞれ

$$p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = p_1 w_1^A + p_2 w_2^A \ ,$$
$$p_1 x_1^B + p_2 x_2^B = p_1 w_1^B + p_2 w_2^B \ ,$$

となる。次に，第 1 財市場の均衡条件の式は

$$x_1^A + x_1^B = w_1^A + w_1^B,$$

となる。これらが対応する 3 本の式である。

まず，最初の 2 本の式（予算制約式）の左辺と右辺をそれぞれ足し合わせると

$$p_1(x_1^A+x_1^B)+p_2(x_2^A+x_2^B)=p_1(w_1^A+w_1^B)+p_2(w_2^A+w_2^B) \quad \text{---(2-1)式}$$

となる。これは 2 人の総所得額が総支出額と等しくなることを示す。

次に, 3 本目の式（第 1 財市場の均衡条件の式）の両辺にp_1をかけると，

$$p_1(x_1^A+x_1^B)=p_1(w_1^A+w_1^B) \quad \text{---(2-2)式}$$

が得られる。

ここで,（2-1）式の両辺から（2-2）式の両辺を引くと

$$p_2(x_2^A+x_2^B)=p_2(w_2^A+w_2^B)$$

が得られ，この式の両辺をp_2で割ると

$$x_2^A+x_2^B=w_2^A+w_2^B$$

が得られ，第 2 財市場が均衡していることが示される。

問 3

短期の閉鎖経済を考える（物価水準は一定で 1 とする)。C を消費支出，I を投資支出，Y を GDP，r を金利水準，G を政府支出，M を貨幣供給量と表す。消費関数を$C=4+0.8Y$，投資関数を $I=6-20r$，貨幣需要関数を$L=30+0.5Y-50r$，貨幣供給量を$M=40$，政府支出を$G=2$ とする。以下の各問に全て答えよ。

(a) IS 曲線と LM 曲線を求め，縦軸を r，横軸を Y として，それらを均衡金利（r*）と均衡 GDP（Y*)の値と共に同一平面に図示せよ。また，それらの傾きも求めよ。途中の計算式や説明も書くこと。

(b) 限界消費性向が上で示された値より低い場合, IS 曲線の傾きにどのような影響があるか。式を用いて詳しく説明せよ。

(解答例)

(a) 財市場均衡式（$Y=C+I+G$）は，$Y = C + I + G = (4 + 0.8Y) + (6 - 20r) + G$ と表せるので

$$Y = \frac{1}{1-0.8}(10 + G) - \frac{1}{1-0.8}20r = 50 + 5G - 100r$$

が得られる。したがって、この式に $G=2$ を代入すると

IS 曲線の式： $Y = 60 - 100r$

が得られる。これを r について解くと

$$r = 0.6 - 0.01Y$$

となり, IS 曲線の傾きは-0.01 となる。

貨幣市場均衡式（$M=L$）は

$$M = 30 + 0.5Y - 50r$$

と表せる。この式に $M=40$ を代入すると，$0.5Y = 10 + 50r$と書け

LM 曲線の式： $Y = 20 + 100r$

が得られる。これを r について解くと,

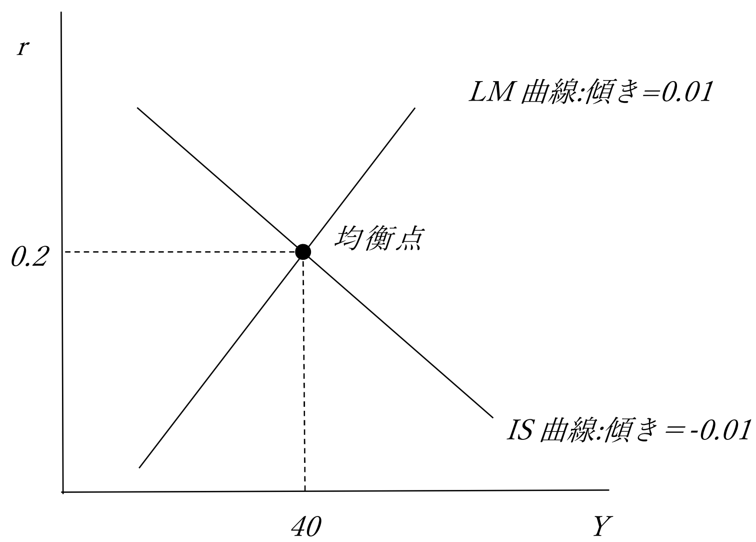
$$r = -0.2 + 0.01Y$$

となり， LM 曲線の傾きは 0.01 となる。

また, IS と LM 両曲線の式を連立させると，$60 - 100r = 20 + 100r$となり，これを解くと均衡利子率は$r^* = 0.20$となり，更に均衡 GDP は$Y^* = 40$となる。

IS と LM 両曲線を図示すると、以下のように描ける。

IS-LM モデル



(b)限界消費性向がより低い場合を考え，問題文で示された限界消費性向の値に対するその割合を $t(0<t<1)$と表す。したがって，問題文に示された限界消費性向の値が 0.8 なので，より低い場合の限界消費性向の値は $0.8t$ と表せる。故に、限界消費性向が低い場合の IS 曲線

は，財市場均衡式 $Y = (4 + 0.8tY) + (6 - 20r) + G$ から

$$Y = \frac{1}{1 - 0.8t}(10 + G) - \frac{20}{1 - 0.8t}r$$

と書ける。この式に $G=2$ を代入すると

限界消費性向がより低い場合の IS 曲線の式： $Y = \frac{1}{1-0.8t}12 - \frac{20}{1-0.8t}r$

が得られる。これを r について解くと

$r = \frac{12}{20} - \frac{1-0.8t}{20}Y = 0.6 - \frac{1-0.8t}{20}Y$

となる。ここで, $0<t<1$ なので，限界消費性向が低い場合の IS 曲線の傾き（X）は，

$-0.5<X<-0.01$

となり， IS 曲線の傾きは急になる。

問 4

以下の各問に全て答えよ。

(a) 人口と技術の水準が一定の場合のソローモデルを考える（技術水準は 1 とする)。1 人当たりの生産関数を $y = k^{\alpha}$ とし，貯蓄率を s, 資本減耗率をδとする（ただし, y は 1 人当たり生産量, k は 1 人当たり資本を表し，α は定数で $0<\alpha<1$ とする)。 定常状態の 1 人当たりの資本(k^*)を求めよ（k^*を α, s, δで表せ)。途中の計算式や説明も書くこと。

(b) 下の表は各年の実質 GDP (Y), 資本(K), 労働(N)の水準を示したものである。生産関数がコブ・ダグラス型 $Y = AK^{\alpha}N^{1-\alpha}$であり，$\alpha = 0.3$のとき，成長会計の手法を用いて全要素生産性 ($A$) の成長率を求めよ（計算式も書くこと)。また，このように求められた全要素生産性の成長率は何と呼ばれているか。

	実質 GDP	資本	労働
2020 年	2000	600	700
2021 年	2300	630	770

(解答例)

(a) ソローモデルの 1 人当たり資本の蓄積の式は，

$$\Delta k = sk^{\alpha} - \delta k$$

と書ける。定常状態においては$\Delta k = 0$なので，$0 = s(k^*)^{\alpha} - \delta k^*$となる。したがって、定常状態の 1 人当たりの資本は

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

と表せる。

(b) コブ・ダグラス型 $Y = AK^{\alpha}N^{1-\alpha}$から，全要素生産性 ($A$) の成長率に関して以下の式が得られる。

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta Y}{Y} - \left(\alpha\frac{\Delta K}{K} + (1-\alpha)\frac{\Delta N}{N}\right)$$

この式に$\alpha = 0.3$と上の表の値を代入すると

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{2300-2000}{2000} - \left(0.3\frac{630-600}{600} + (1-0.3)\frac{770-700}{700}\right)$$

となる。したがって，

$$\frac{\Delta A}{A} = 0.15 - (0.3 * 0.05 + 0.7 * 0.1) = 0.15 - 0.015 - 0.07 = 0.065$$

となり，全要素生産性 A の成長率は 6.5%。 このように求められた全要素生産性の成長率はソロー残差と呼ばれている。