関西学院大学大学院理工学研究科

2025 年度入学試験

（一次：2024 年 8 月 2 日実施）

外国語（英語）

数理科学専攻

（9:30-10:50　80 分）

【試験にあたっての注意】

1. 筆記用具以外はカバンに入れ、カバンは床の上に置くこと。
2. 携帯電話、スマートフォン、ウェアラブル端末、音楽プレーヤー等の音の出る機器の電源を切ること。
   なお、アラームを設定している人は解除してから電源を切り、カバンにしまうこと。
3. 時計のアラームは解除すること。携帯電話を時計として使用することは認めない。
4. 試験の途中退出は認めない。ただし、やむを得ない場合は挙手し監督者に知らせること。
5. 不審な言動は慎むこと。不正行為が発覚した場合、全科目を 0 点とする。
6. 試験用紙は以下の構成となっている。
   ①　問題冊子 1 冊
   ②　解答用紙
7. 指示があるまで問題冊子および解答用紙を開かないこと。
8. 解答用紙のホチキスは、はずさないこと（提出時もホチキス留めのまま提出すること）。
9. 各問題は、所定の解答用紙に解答すること。
10. 解答にあたっては、問題冊子および解答用紙に書かれた注意に従うこと。
11. 解答用紙には、氏名は記入せず、受験番号のみを記入すること。
12. 原則、解答用紙の裏面使用は不可。やむを得ず解答欄が不足する場合は＜裏面に続く＞と記載することで、
    裏面への記載を認める。
13. 試験終了後、問題冊子は各自持ち帰ること。

以上

問 1. 次の英文を読み，それに続く問いに答えよ．

（この部分につきましては、著作権の関係により、公開しません。）

（この部分につきましては、著作権の関係により、公開しません。）

（出典：W. Rudin, “Principles of Mathematical Analysis Third Edition”, McGraw-Hill, 1976. 一部改変）

（１）下線部（ア）を日本語に訳せ.

（２）下線部（イ）を日本語に訳せ.

（３）下線部（ウ）を日本語に訳せ.

（４）下線部（エ）を日本語に訳せ.

（５）下線部（オ）を日本語に訳せ.

（６）下線部（カ）を日本語に訳せ.

（７）なぜ下線部（キ）の主張が成り立つのかを日本語で説明せよ.

（８）下線部（ク）を日本語に訳せ.

（９）下線部（ケ）を日本語に訳せ.

（10）下線部（コ）を日本語に訳せ．その際，文中の it が何を指しているかを明確に記すこと.

問 2. 次の英文 (1) 〜 (5) は，それぞれ数学の問題である．それぞれの問題文を和訳し，数学の問題を解け．数学の問題の解答は数式と日本語を用いて記すこと．

(この部分につきましては、著作権の関係により、公開しません。)

(出典: John Stillwell, "Mathematics and Its History Third Edition", Springer, 2010, 一部改変)

註: (4) において，$u, v \in \mathbb{R}$, i は虚数単位である．

(5) において，k は 0 でない実数の定数，$m > 0$, $r = e^{k\theta}$ は平面曲線の極方程式である．

[数理科学専攻　（外国語）]

解答例

問 1.

（1）下線部（ア）：さて，方程式 $p^2 = 2$ はいかなる有理数 p によっても満たされないことを示す．

（2）下線部（イ）：もしそのような有理数 p があったとしたら，$p = m/n$ と書くことができる．ここで，m と n は整数であるが，「両方がともに偶数」ではない．

（3）下線部（ウ）：仮に m が奇数であるとしたなら，m^2 は奇数である．

（4）下線部（エ）：さて，この状況をもう少し詳しく調べる．

（5）下線部（オ）：A は $p^2 < 2$ であるすべての正の有理数の集合であるとし，B は $p^2 > 2$ であるすべての正の有理数から成る集合であるとする．

（6）下線部（カ）：集合 A には最大数は含まれず，しかも，集合 B には最小数は含まれないことを示そう．

（7）下線部（キ）：p が集合 A の要素であるとすると，$p > 0$ かつ $p^2 - 2 < 0$ であるから，$\dfrac{p^2-2}{p+2} < 0$ である．よって，$q = p - \dfrac{p^2-2}{p+2} > p$ が成り立つ．

（8）下線部（ク）：上の議論の目的は有理数の体系には或る切れ目があるということを示すことであった．

（9）下線部（ケ）：実数の体系はこれらの切れ目を埋める．

（10）下線部（コ）：このことが，実数の体系が解析学において基礎的な役割を果たす主要な理由である．

問 2.

（１）**問題** 2 つの方程式

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= 1, \\ 4x^2 + 3xy + 2y^2 &= 3, \end{aligned}$$

から y の 1 次方程式を導き，それにより $y = (1 - 2x^2)/x$ を示せ．

解答 1 番目の方程式の 2 倍から 2 番目の方程式を辺々引くと，$-2x^2 - xy = -1$，したがって，$y = (1 - 2x^2)/x$.

（２）**問題** $z = x^2$ に対して $3z^2 - 4z + 1 = 0$ の左辺を因数分解することにより z について解け．さらに x に対する 4 つの解を求めよ．

解答 $3z^2 - 4z + 1 = (3z - 1)(z - 1) = 0$ より $z = 1/3, 1$. $\therefore\ x = \pm 1/\sqrt{3}, \pm 1$.

（３）**問題** $x^4 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - 2x^2$ と書き表すことにより，$x^4 + 1$ を実（係数）の 2 次式の積に分解せよ．

解答

$$\begin{aligned} x^4 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - 2x^2 &= (x^2 + 1)^2 - (\sqrt{2}x)^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1). \end{aligned}$$

（４）**問題** 任意の複素数 z_1, z_2 に対して

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2} \quad \text{and} \quad \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$$

が成り立つことを定義 $\overline{u + iv} = u - iv$ から直接示せ．

解答 $z_1 = u_1 + iv_1$, $z_2 = u_2 + iv_2$ とおく．$z_1 + z_2 = u_1 + u_2 + i(v_1 + v_2)$ より $\overline{z_1 + z_2} = u_1 + u_2 - i(v_1 + v_2) = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. また, $z_1 \cdot z_2 = u_1u_2 - v_1v_2 + i(u_1v_2 + u_2v_1)$, $\overline{z_1} \cdot \overline{z_2} = (u_1 - iv_1)(u_2 - iv_2) = u_1u_2 - v_1v_2 - i(u_1v_2 + u_2v_1)$ より $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$ が成り立つ.

（５）**問題** 対数らせん $r = e^{k\theta}$ は自己相似であることを示せ．すなわち，$r = e^{k\theta}$ を m 倍に拡大して $r = me^{k\theta}$ とすると元の曲線と合同になる（実際，それは元の曲線を回転したものになる）.

解答 $r = me^{k\theta} = e^{\log m}e^{k\theta} = e^{k(\theta+(\log m)/k)} = e^{k\theta'}$ $(\theta' = \theta + (\log m)/k)$ より，$r = me^{k\theta}$ は $r = e^{k\theta}$ を原点のまわりに回転したものになっている．

［数理科学専攻　（外国語）］

出題意図

問 1. 数学分野の英語文献の読解力と日本語による表現力をみる.

問 2. 数学分野の英語文献の読解力と数学的内容の理解力をみる.