関西学院大学大学院理工学研究科
2026 年度入学試験
（二次：2026 年 2 月 26 日実施）

専門科目
数理科学専攻

（11:10-13:10　120 分）

【試験にあたっての注意】

1. 筆記用具以外はカバンに入れ、カバンは床の上に置くこと。
2. 携帯電話、スマートフォン、ウェアラブル端末、音楽プレーヤー等の音の出る機器の電源を切ること。
   なお、アラームを設定している人は解除してから電源を切り、カバンにしまうこと。
3. 時計のアラームは解除すること。携帯電話を時計として使用することは認めない。
4. 試験の途中退出は認めない。ただし、やむを得ない場合は挙手し監督者に知らせること。
5. 不審な言動は慎むこと。不正行為が発覚した場合、全科目を 0 点とする。
6. 試験用紙は以下の構成となっている。
   ①　問題冊子 1 冊
   ②　選択問題調査書、解答用紙
7. 指示があるまで問題冊子および解答用紙を開かないこと。
8. 解答用紙のホチキスは、はずさないこと（提出時もホチキス留めのまま提出すること）。
9. 各問題は、所定の解答用紙に解答すること。
10. 解答にあたっては、問題冊子および解答用紙に書かれた注意に従うこと。
11. 解答用紙には、氏名は記入せず、受験番号のみを記入すること。
12. 原則、解答用紙の裏面使用は不可。やむを得ず解答欄が不足する場合は＜裏面に続く＞と記載することで、裏面への記載を認める。
13. 試験終了後、問題冊子は各自持ち帰ること。

以上

［数理科学専攻（専門科目）］解答にあたって

必須問題２題、選択問題１題の合計３題（１題１００点）を解答すること。
必須問題は、線形代数１題、微積分１題である。
選択問題は、代数（群論・可換環論）、幾何（曲線論・曲面論）、解析（微分方程式・複素関数論）、確率・統計の４題から１題を選択すること。
ただし、選択問題は、指導を希望する教員から指示された分野の問題でなければならない。
解答用紙は１問につき１枚使用すること。

[数理科学専攻 （専門科目）]

〔1〕 （必須問題）次の問いに答えよ．

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ について，固有値・固有ベクトルを求めて，対角化せよ．

(2) a は定数とする．行列 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & a \end{pmatrix}$ の行列式の値は 0 であるとする．

行列 B に対して，線形写像 $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ を $f(\boldsymbol{x}) = B\boldsymbol{x}$ と定義する．

(i) 定数 a の値を求めよ．

(ii) 行列 B の階数（ランク）$\operatorname{rank} B$, および f の像 $\operatorname{Im} f = \{f(\boldsymbol{x}) \mid \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3\}$ の基底（基）を求めよ．

(iii) f の核 $\operatorname{Ker} f = \{\boldsymbol{x} \mid f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}\}$ の基底（基）を求めよ．

〔2〕 （必須問題） 次の問いに答えよ．

(1) 閉領域 $D = \{(x, y);\ 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le x^2\}$ および関数

$$f(x, y) = \frac{3}{1 + x^3}$$

について，2 重積分 $\displaystyle\iint_D f(x, y)\, dxdy$ の値を求めよ．

(2) (i) 関数列 $f_n(x) = nxe^{-nx}$, $n = 1, 2, \cdots$ が区間 $I = [0, \infty)$ 上で各点収束するかどうかを調べよ．各点収束している場合には極限関数を求め，さらに関数列が I 上で一様収束するかどうかを調べよ．

(ii) 「連続関数の列が区間 I 上で一様収束するとき，極限関数は I 上で連続関数である」という命題を用いて，実数列 $\{a_n\}$ が $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$ をみたすとき関数項級数 $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nx$ は $(-\infty, \infty)$ 上で連続であることを示せ．

〔3〕 (代数)

(1) $a \in \mathbb{Q}$ とする.

(i) $\mathbb{Q}$ 上の 1 変数多項式環 $\mathbb{Q}[x]$ の 2 元 x^2+x+a と x^3-1 の最大公約元を求めよ.

(ii) $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ に対し，剰余環 $\mathbb{Q}[x]/(x^3-1)$ における $f(x)$ の剰余類を $\overline{f(x)}$ で表す.
$\overline{x^2+x+a}$ は $\mathbb{Q}[x]/(x^3-1)$ の単元（可逆元）であるかどうか判定し，単元（可逆元）ならばその逆元 $\overline{g(x)}$ を求めよ．ただし $0 \leq \deg g(x) < 3$ とする.

(2) 写像 $\varphi : \mathbb{Q}[x] \to \mathbb{C}$ を，$f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ に対し $\varphi(f(x)) = f(\sqrt{-2})$ で定義する.

(i) φ は環の準同型写像であることを示せ.

(ii) φ の核 $\operatorname{Ker}\varphi$ を求めよ.

(iii) φ の像 $\operatorname{Im}\varphi$ を求めよ．また，$\operatorname{Im}\varphi$ は体であるかどうか判定せよ.

〔4〕 （幾何）$\mathbb{R}^n$ は標準的内積が与えられた n 次元ユークリッド空間とする.

(1) パラメータ表示された曲線 $\boldsymbol{p} : (0, 2\pi) \to \mathbb{R}^2$ を

$$\boldsymbol{p}(t) = \begin{pmatrix} t - \sin t \\ \cos t \end{pmatrix} \quad (t \in (0, 2\pi))$$

で定めるとき，次の問いに答えよ.

(i) $\boldsymbol{p}$ の $t \in (0, 2\pi)$ における速さ $|\boldsymbol{p}'(t)|$ を求めよ.

(ii) 曲線 $\boldsymbol{p}$ の $t \in (0, 2\pi)$ における曲率 $\kappa(t)$ を求め，さらにその結果を用いて曲線 $\boldsymbol{p}$ が左曲がりか右曲がりかを判定せよ.

(iii) $\boldsymbol{p}(t)$ $(\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi)$ の弧長を求めよ.

(2) 平面 $\mathbb{R}^2$ の座標を (u, v) とする．パラメータ表示された曲面 $\boldsymbol{q} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ の第一基本形式が

$$ds^2 = \left(2 + u^2\right) du^2 + 2u du dv + 3dv^2$$

であるとき，$\mathbb{R}^3$ の二つのベクトル

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{q}_u(-1, 2) + 2\boldsymbol{q}_v(-1, 2), \quad \boldsymbol{y} = a\boldsymbol{q}_u(-1, 2) + \boldsymbol{q}_v(-1, 2)$$

が互いに直交するように定数 a の値を定めよ．ただし，$\boldsymbol{q}_u = \dfrac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial u}$, $\boldsymbol{q}_v = \dfrac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial v}$ とする.

〔5〕 （解析）

（1）常微分方程式 $y'' + y' - 2y = 6e^x$ の一般解を求めよ.

（2）$I = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2+1)(x^2+4)}\,dx$ の値を求めよ.

〔6〕 (確率・統計)

（1）確率変数 X は平均 10, 分散 9 の正規分布 $N(10, 9)$ に従うものとし, $Y = 2X - 5$ とする.

(i) X の密度関数 $f_X(x)$ を書け.

(ii) Y の期待値 $E[Y]$ および Y の分散 $V[Y]$ を求めよ.

(iii) Y の密度関数 $f_Y(y)$ を求めよ.

（2）大学院のある授業で 10 点満点の小試験を行った. 度数分布表は以下のようになった.

点数 (x)	6	7	8	9	10	合計
度数 (f)	2	3	5	3	2	15

(i) 点数 x の平均値 $\overline{x}$ を求めよ.

(ii) 点数 x の分散 S_x^2 を求めよ.

(iii) 得点の調整のため, 全員の点数 x を $y = 10x - 5$ という式で線形変換した. 変換後の点数 y の平均値 $\overline{y}$ と分散 S_y^2 を求めよ.

[数理科学専攻　(専門科目)]

解答例

〔1〕 (1) 固有値を λ, 固有ベクトルを $\boldsymbol{x} = {}^t(x\ y\ z) \neq \mathbf{0}$ とすると，$A\boldsymbol{x} = \lambda\boldsymbol{x}$ より，$|A-\lambda E| = -(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3) = 0$. これより $\lambda = 1, 2, 3$.

$\lambda = 1$ のとき．$(A-1E)\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ を解いて，$x = z$, $y = 0$. ゆえに，

$$\boldsymbol{x} = c_1\boldsymbol{x}_1 = c_1\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}.$$

$\lambda = 2$ のとき．$(A-2E)\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ を解いて，$x = y$, $z = 0$. ゆえに，

$$\boldsymbol{x} = c_2\boldsymbol{x}_2 = c_2\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}.$$

$\lambda = 3$ のとき．$(A-3E)\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ を解いて，$x = z$, $y = z$. ゆえに，

$$\boldsymbol{x} = c_3\boldsymbol{x}_3 = c_3\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

固有ベクトルを順に列にならべて，$P = (\boldsymbol{x}_1\,\boldsymbol{x}_2\,\boldsymbol{x}_3) = \begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$ とすると $P^{-1}AP = \mathrm{diag}\,(1,2,3)$.

(2) (i)　$\det B = -2a + 12 = 0$ より，$a = 6$.

(ii)　行基本変形より，$B = \begin{pmatrix}1&1&1\\2&0&-1\\3&5&6\end{pmatrix} \to \cdots \to \begin{pmatrix}1&0&-\frac{1}{2}\\0&1&\frac{3}{2}\\0&0&0\end{pmatrix}$.　よって，$\mathrm{rank}\,B = 2$. また，既約行階段行列で先頭の1が残ったところに元々あった列ベクトルが1次独立なベクトルであるから，$\mathrm{Im}\,f$ の基底(の1つ)として $\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}\right\}$ が挙げられる（平面 $5x-y-z=0$ を張る1次独立な2つのベクトルであればよい）.

(iii) $f(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0}$ とすると，(ii)で求めた既約行階段行列より，$x - \frac{1}{2}z = 0$, $y + \frac{3}{2}z = 0$. これより，$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = s\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$ であるから，$\mathrm{Ker}\,f$ の基底(の1つ)として $\left\{\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}\right\}$ が挙げられる（これの0でない任意定数倍であればよい）.

〔2〕 （１）重積分を次のように累次積分の形に変形して計算することができる．

$$\iint_D f(x,y)dxdy = \int_0^2 dx \left(\int_0^{x^2} \frac{3}{1+x^3}dy\right) = \int_0^2 \frac{3x^2}{1+x^3}dx$$
$$= \left[\log(1+x^3)\right]_0^2 = \log 9 = 2\log 3.$$

（２）(i) $f_n(0) = 0$ であり，また $x > 0$ において $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{e^{nx}} = 0$ であるから $\lim_{n\to\infty} f_n(x) = 0$ である．すなわち，f_n は I 上で各点収束し，極限関数 f は定数関数 0 である．したがって，

$$\sup_{x\in I} |f_n(x) - f(x)| = \sup_{x\in I} f_n(x) \geq f_n\left(\frac{1}{n}\right) = e^{-1} > 0$$

であるから，f_n は I 上で一様収束しない．

(ii) $x \mapsto a_n \sin nx$ は連続関数であるから，その有限和も連続関数である．また，$|\sin nx| \leq 1$ であるから $|a_n \sin nx| \leq |a_n|$ である．仮定 $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$ より，優級数定理から $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nx$ は $(-\infty,\infty)$ 上で一様収束する．したがって，「連続関数の列が区間 I 上で一様収束するとき，極限関数は I 上で連続関数である」という命題より，$f(x)$ は $(-\infty,\infty)$ 上連続である．

〔3〕 （代数）

（１）(i) $\mathbb{Q}[x]$ において $x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1)$ と素元分解するから，x^2+x+a と x^3-1 の最大公約元は単元倍 (=$\mathbb{Q}^*$ 倍) を除き
$a = 1$ のとき x^2+x+1,　$a = -2$ のとき $x-1$,　$a \neq 1, a \neq -2$ のとき 1
である．
(ii) (i) より $a \neq 1, a \neq -2$ のときのみ $\gcd(x^2+x+a, x^3-1) \in \mathbb{Q}[x]^* = \mathbb{Q}^*$ となるから，$a = 1$ or $a = -2$ のとき $\overline{x^2+x+a}$ は単元ではなく，$a \neq 1, a \neq -2$ のとき単元である．$a \neq 1, a \neq -2$ のときユークリッドの互除法

$$x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+a) + (1-a)x - (1-a)$$
$$x^2+x+a = \frac{x+2}{1-a}\big((1-a)x - (1-a)\big) + a + 2$$

より

$$\frac{x+2}{(a+2)(a-1)}(x^3-1) - \frac{x^2+x-a-1}{(a+2)(a-1)}(x^2+x+a) = 1$$

が得られるので

$$\overline{x^2+x+a}^{-1} = -\overline{\frac{x^2+x-a-1}{(a+2)(a-1)}}.$$

（２）(i) $f(x), g(x) \in \mathbb{Q}[x]$ に対し

$$\begin{aligned}\varphi(f(x)+g(x)) &= \varphi((f+g)(x)) = (f+g)(\sqrt{-2}) \\ &= f(\sqrt{-2}) + g(\sqrt{-2}) = \varphi(f(x)) + \varphi(g(x)) \\ \varphi(f(x)g(x)) &= \varphi((fg)(x)) = (fg)(\sqrt{-2}) \\ &= f(\sqrt{-2})g(\sqrt{-2}) = \varphi(f(x))\varphi(g(x))\end{aligned}$$

が成り立つ．さらに $\varphi(1)=1$ が成り立つから，φ は環の準同型写像である．

(ii) $x^2+2 \in \operatorname{Ker}\varphi = \{f(x) \in \mathbb{Q}[x] \mid f(\sqrt{-2})=0\}$ である．$f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ とすると

$$f(x) = q(x)(x^2+2) + ax + b, \quad q(x) \in \mathbb{Q}[x],\ a, b \in \mathbb{Q}$$

と表せるので，$f(\sqrt{-2}) = a\sqrt{-2} + b = 0 \iff a = b = 0$ となる．よって $f(x) \in \operatorname{Ker}\varphi \iff f(x) \in (x^2+2)$. したがって $\operatorname{Ker}\varphi$ は x^2+2 で生成されたイデアル (x^2+2) である．

(x^2+2) が $\mathbb{Q}[x]$ の極大イデアルであることを示すことによって（(iii) の解答参照）$\operatorname{Ker}\varphi = (x^2+2)$ としてもよい．

(iii) $\operatorname{Im}\varphi = \{f(\sqrt{-2}) \mid f(x) \in \mathbb{Q}[x]\} = \mathbb{Q}[\sqrt{-2}] = \{a + b\sqrt{-2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$.

準同型定理より $\mathbb{Q}[x]/(x^2+2) \cong \operatorname{Im}\varphi$ が成り立つ．$x^2+2=0$ は実数解をもたないので，特に有理数解をもたない．よって x^2+2 は $\mathbb{Q}$ 上既約である．したがって，(x^2+2) は単項イデアル整域 $\mathbb{Q}[x]$ の極大イデアルである．よって $\mathbb{Q}[x]/(x^2+2)$ は体であるから，$\operatorname{Im}\varphi$ も体である．

直接，$\operatorname{Im}\varphi = \mathbb{Q}[\sqrt{-2}]$ の非零元が単元であることを示すことによって，$\operatorname{Im}\varphi$ が体であることを示してもよい．

〔4〕 （幾何）

（1） (i) $|\boldsymbol{p}'(t)| = \left|\begin{pmatrix} 1-\cos t \\ -\sin t \end{pmatrix}\right| = \sqrt{2(1-\cos t)}\ (= 2\sin\dfrac{t}{2})$

(ii) $\boldsymbol{p}''(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix}$ より

$$\kappa(t) = \frac{\det\bigl(\boldsymbol{p}'(t), \boldsymbol{p}''(t)\bigr)}{|\boldsymbol{p}'(t)|^3} = \frac{\det\begin{pmatrix} 1-\cos t & \sin t \\ -\sin t & -\cos t \end{pmatrix}}{\left(\sqrt{2(1-\cos t)}\right)^3} = \frac{1}{2\sqrt{2(1-\cos t)}}$$

特に $\kappa(t) > 0$ であるので，曲線 $\boldsymbol{p}$ は常に左曲がりである．

(iii) (i) より $|\boldsymbol{p}'(t)| = \sqrt{2(1-\cos t)} = 2\sin\dfrac{t}{2}$ であるから，$\boldsymbol{p}(t)$ $(\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi)$ の弧長は

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2\sin\frac{t}{2}\,dt = \left[-4\cos\frac{t}{2}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 2\sqrt{2}$$

（2） $\mathbb{R}^3$ の標準的内積を $\langle\cdot,\cdot\rangle$ で表すと，$ds^2 = \left(2+u^2\right)du^2 + 2ududv + 3dv^2$ より

$$\langle \boldsymbol{q}_u(u,v), \boldsymbol{q}_u(u,v)\rangle = 2+u^2, \quad \langle \boldsymbol{q}_u(u,v), \boldsymbol{q}_v(u,v)\rangle = u$$
$$\langle \boldsymbol{q}_v(u,v), \boldsymbol{q}_v(u,v)\rangle = 3$$

である．したがって，

$$\begin{aligned}\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\rangle &= \langle \boldsymbol{q}_u(-1,2) + 2\boldsymbol{q}_v(-1,2),\, a\boldsymbol{q}_u(-1,2) + \boldsymbol{q}_v(-1,2)\rangle \\ &= a\,\langle \boldsymbol{q}_u(-1,2), \boldsymbol{q}_u(-1,2)\rangle + \langle \boldsymbol{q}_u(-1,2), \boldsymbol{q}_v(-1,2)\rangle \\ &\qquad + 2a\,\langle \boldsymbol{q}_v(-1,2), \boldsymbol{q}_u(-1,2)\rangle + 2\,\langle \boldsymbol{q}_v(-1,2), \boldsymbol{q}_v(-1,2)\rangle \\ &= a\big(2 + (-1)^2\big) + (-1) + 2a(-1) + 2\cdot 3 \\ &= a + 5\end{aligned}$$

であるから，$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ が互いに直交するとすると，$\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\rangle = 0$ より，$a = -5$ である．

〔5〕 (解析)

(1) 斉次方程式 $y'' + y' - 2y = 0$ の一般解は e^x, e^{-2x} の一次結合である．
$\eta = xe^x$ とおくと $\eta'' + \eta' - 2\eta = (2e^x + xe^x) + (e^x + xe^x) - 2xe^x = 3e^x$ なので，2η は与えられた方程式の特解である．
以上より，求める一般解は $y = 2xe^x + C_1e^x + C_2e^{-2x}$.

(2) $f(z) = \dfrac{e^{iz}}{(z^2+1)(z^2+4)} = \dfrac{e^{iz}}{(z+i)(z-i)(z+2i)(z-2i)}$ とおく．上半平面にある極は $i, 2i$ (ともに位数 1).
$R > 0$ は十分大きいとする．$-R$ から R までの線分と円 $|z| = R$ の上半分をつないでできる単純閉曲線を C とする．
$K = \int_C f(z)\,dz$ は R によらず，$K = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx$ が成り立つ (後で述べる半円に沿う積分の評価から従う)．I は K の実部である．

$$\mathrm{Res}\,[f(z); z = i] = \lim_{z\to i}(z-i)f(z) = \left.\frac{e^{iz}}{(z+i)(z^2+4)}\right|_{z=i} = \frac{e^{-1}}{2i\cdot 3},$$
$$\mathrm{Res}\,[f(z); z = 2i] = \lim_{z\to 2i}(z-2i)f(z) = \left.\frac{e^{iz}}{(z^2+1)(z+2i)}\right|_{z=2i} = \frac{e^{-2}}{-3\cdot 4i}$$

である．

$$K = 2\pi i\,\{\mathrm{Res}\,[f(z); z = i] + \mathrm{Res}\,[f(z); z = 2i]\} = \pi\left(\frac{e^{-1}}{3} - \frac{e^{-2}}{6}\right).$$

$I = \mathrm{Re}\,K = \pi\left(\frac{e^{-1}}{3} - \frac{e^{-2}}{6}\right)$.
[半円に沿う積分の評価] R が十分大きいとき $|z| = R$ 上で $|(z^2+1)(z^2+4)| \geq R^4/2$ が成り立つ．$z = x + iy$ とすると，上半平面で $|e^{iz}| = e^{-y} \leq 1$.

$$\left|\int_{\text{半円}} f(z)\,dz\right| \leq \frac{2}{R^4} \times (\text{半円の長さ}) = \frac{2}{R^4} \times \pi R \to 0\ (R \to \infty).$$

〔6〕 （確率・統計）

（１） (i) 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の確率密度関数は $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ である．

$$\therefore \quad f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 9}} \exp\left(-\frac{(x-10)^2}{2 \cdot 9}\right) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-10)^2}{18}\right)$$

(ii) 期待値の線形性 $E[aX+b] = aE[X]+b$ を利用する．

$$\therefore \quad E[Y] = E[2X-5] = 2E[X]-5 = 2 \times 10 - 5 = 20 - 5 = 15$$

分散の性質 $V[aX+b] = a^2V[X]$ を利用する．

$$\therefore \quad V[Y] = V[2X-5] = 2^2V[X] = 4 \times V[X] = 4 \times 9 = 36$$

(iii) 正規分布に従う確率変数を線形変換した場合，変換後の確率変数もまた正規分布に従う．

$$\therefore \quad f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 36}} \exp\left(-\frac{(y-15)^2}{2 \cdot 36}\right) = \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-15)^2}{72}\right)$$

（２） (i) 平均値 $\overline{x}$ は $\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_i f_i x_i$ で求められる．

$$\sum_i f_i x_i = (6 \times 2) + (7 \times 3) + (8 \times 5) + (9 \times 3) + (10 \times 2)$$
$$= 12 + 21 + 40 + 27 + 20 = 120$$

$$\therefore \quad \overline{x} = \frac{120}{15} = 8$$

(ii) 分散 S_x^2 は $S_x^2 = \overline{x^2} - (\overline{x})^2 = \left(\frac{1}{N}\sum_i f_i x_i^2\right) - \overline{x}^2$ で求められる．

$$\sum_i f_i x_i^2 = (6^2 \times 2) + (7^2 \times 3) + (8^2 \times 5) + (9^2 \times 3) + (10^2 \times 2)$$
$$= (36 \times 2) + (49 \times 3) + (64 \times 5) + (81 \times 3) + (100 \times 2)$$
$$= 72 + 147 + 320 + 243 + 200 = 982$$

$$\therefore \quad \overline{x^2} = \frac{982}{15}$$

$$\therefore \quad S_x^2 = \frac{982}{15} - 8^2 = \frac{982}{15} - 64 = \frac{982 - (64 \times 15)}{15} = \frac{982 - 960}{15} = \frac{22}{15}$$

(iii) 平均値 $\overline{x}$ および分散 S_x^2 に対して成り立つ性質 $\overline{ax+b} = a\overline{x}+b$ および $S_{ax+b}^2 = a^2S_x^2$ を利用する．今回 $a = 10$，$b = -5$ に相当する．

$$\therefore \quad \overline{y} = 10 \times \overline{x} - 5 = 10 \times 8 - 5 = 80 - 5 = 75$$

$$\therefore \quad S_y^2 = 10^2 \times S_x^2 = 100 \times S_x^2 = 100 \times \frac{22}{15} = \frac{20 \times 22}{3} = \frac{440}{3}$$

出題意図

〔1〕 （必須問題）線形代数学の基礎知識, 特に線形空間論の基本を理解しているかをみる．行基本変形と連立方程式の解法，固有値・固有ベクトル，固有空間，行列の対角化，核空間と像空間，線形空間の次元，表現行列を求める手法を習得しているかをみる．

〔2〕 （必須問題）重積分計算の運用力および関数列の収束の判定力をみる．

〔3〕 （代数）可換環論における基本的事項である，単元（可逆元），イデアル，体上の多項式環，剰余環，準同型定理について理解しているかをみる．

〔4〕 （幾何）平面の曲線や空間内の曲面について，基本的な微分幾何学的量のあつかい方や必要とされる計算力を身につけているかどうかをみる．

〔5〕 （解析）常微分方程式 (定数係数 2 階非同次常微分方程式) と複素解析 (留数定理を用いて実積分を求めること) の標準的手法を習得しているかをみる．

〔6〕 （確率・統計）

（1）確率論の基本的事項，特に連続確率変数の密度関数，期待値と分散について理解しているかをみる．

（2）統計学の基本的事項，特に度数分布表の平均値，分散について理解しているかをみる．