

物理 (2月1日)

1. 出題意図

力学, 電磁気学, 波動の分野からそれぞれ1題ずつ出題した. 記憶に頼るのではなく, 物理学の基本事項を正しく理解して適切に応用する力が定着しているか, 把握できるような出題を目指した. グラフ描画問題も含めた.

2. 解答 (解答例)

[I]

[A]

$$\text{ア: 速く} \quad \text{イ: 長く} \quad \text{ウ: } \omega^2 R \quad \text{エ: ⑦} \quad \text{オ: } G \frac{MM_0}{R^2}$$

$$\text{カ: } M\omega^2 R = G \frac{MM_0}{R^2} \quad \text{キ: } \frac{2\pi}{T} \quad \text{ク: } \frac{4\pi^2}{GM_0}$$

なお, 問クは, 問カの運動方程式に, 問キの角振動数 ω と周期 T の関係を代入した $M\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = G \frac{MM_0}{R^2}$ を整理して得られる. このように, $\frac{T^2}{R^3}$ は, 公転する天体に依らず, 太陽の質量で決まる.

[B]

$$(1) \quad V = \sqrt{\frac{GM_0}{R}}, \quad E = -G \frac{MM_0}{2R} : \text{運動方程式 } M \frac{V^2}{R} = G \frac{MM_0}{R^2} \text{ から, 速さ } V \text{ を得る. この } V \text{ を力学的エネルギー } E = \frac{M}{2} V^2 - G \frac{MM_0}{R} \text{ に用いて解答の } E \text{ を得る.}$$

$$(2) \quad \frac{v}{V} = \sqrt{\frac{2r}{R+r}} : \text{近日点での探査機を速度を } v_A \text{ とすると, ケプラーの第二法則と力学的エネルギー保存則より, 遠日点と近日点の諸量の間に, } \frac{Rv}{2} = \frac{rv_A}{2}, \text{ および, } \frac{m}{2} v^2 - \frac{GmM_0}{R} = \frac{m}{2} v_A^2 - \frac{GmM_0}{r} \text{ が成立する. これら2式から } v_A \text{ を消去し, } v \text{ について解くと, } v = \sqrt{\frac{GM_0}{R} \frac{2r}{R+r}} \text{ を得る. あとは, 問(1)で得た } V \text{ を利用する.}$$

$$(3) \quad \Delta v = \frac{2}{1+\epsilon}(V-v), \quad \Delta V = -\frac{2\epsilon}{1+\epsilon}(V-v) : \text{弾性衝突 (はね返り係数は1) なので,}$$
$$1 = -\frac{(v+\Delta v) - (V+\Delta V)}{v-V} \text{ が成立し, 整理して } \Delta v - \Delta V = -2(v-V) \text{ を得る.}$$

運動量保存則 $m(v+\Delta v) + M(V+\Delta V) = mv + MV$ から, $\Delta V = -\frac{m}{M} \Delta v = -\epsilon \Delta v$ が成立する. ここで, $\epsilon = \frac{m}{M}$ を用いた. これら2式を連立して, Δv と ΔV を求める. なお, はね返り係数の式と運動量保存則のどちらかの代わりに, 力学的エネルギー保存則を用いても同じ結果が得られる.

- (4) $\frac{\Delta K}{K} = 24$: 衝突 (スイングバイ) 直前の探査機の運動エネルギーは $K = \frac{m}{2} v^2$ である. そして, 衝突による探査機の運動エネルギーの変化は, $\Delta K = \frac{m}{2} (v + \Delta v)^2 - \frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} v^2 \left(2 + \frac{\Delta v}{v} \right) \frac{\Delta v}{v}$ となり, $\frac{\Delta K}{K} = \left(2 + \frac{\Delta v}{v} \right) \frac{\Delta v}{v}$ と分かる. あとは, 題意と問 (3) の結果より, $\frac{\Delta v}{v} \approx 2 \left(\frac{V}{v} - 1 \right) = 4$ となることを用いて計算すればよい.

〔 II 〕

- (1) 鉛直下向き (2) $BI_1 d$ (3) Bvd
- (4) $I_1 = \frac{E - Bvd}{R}$: 電池の起電力 E により電流 I_1 が流れ, その電流に抗う方向に抵抗の電位降下 RI_1 と誘導起電力 Bvd が生じるため, $E = RI_1 + Bvd$ が成り立つ.
- (5) $\frac{E}{Bd}$: 等速直線運動する導体棒にはたらく力はゼロであるため, $I_1 = 0$ でなければならない. よって, 問 (4) の結果を用いて $I_1 = 0$ となる v を求めればよい.
- (6) 大きさ: $\frac{Bv_0 d}{R}$, 向き: Y から X
- (7) $\Delta W = (Bv_0 d) \Delta Q$: 導体棒にはたらく外力の大きさを F とすると, $\Delta W = F(v_0 \Delta t)$ である. そして, F は, 導体棒を等速直線運動させるために必要な力なので, $F = BI_2 d$ である. よって, $\Delta W = (BI_2 d) v_0 \Delta t = (Bv_0 d) I_2 \Delta t = (Bv_0 d) \Delta Q$ を得る.
- (8) $Q = CBv_0 d$
- (9) $W = C(Bv_0 d)^2$: 外力がした仕事 W は, 最終的にコンデンサーに蓄えられる電荷が Q なので, 問 (7) の結果より $W = (Bv_0 d) Q$ となる. あとは, 問 (8) の結果を用いる.
- (10) $W = U + H$: 外力がなければ, はじめに導体棒がもっていた運動エネルギーが, 徐々に, コンデンサーの静電エネルギーと抵抗 2 で発生するジュール熱に変わり, やがて導体棒の速さは 0 になる. しかし, 外力によって導体棒の速さを一定に維持すると, 運動エネルギーは一定に保たれ, 単に, 仕事が静電エネルギーとジュール熱に変わるだけである.
- (11) $H = \frac{1}{2} C(Bv_0 d)^2$: 問 (10) で得た関係式より $H = W - U$ となる. これに, 問 (9) の W の結果と, $U = \frac{1}{2} CQ^2$, および, 問 (8) の Q の結果を用いればよい.

〔Ⅲ〕

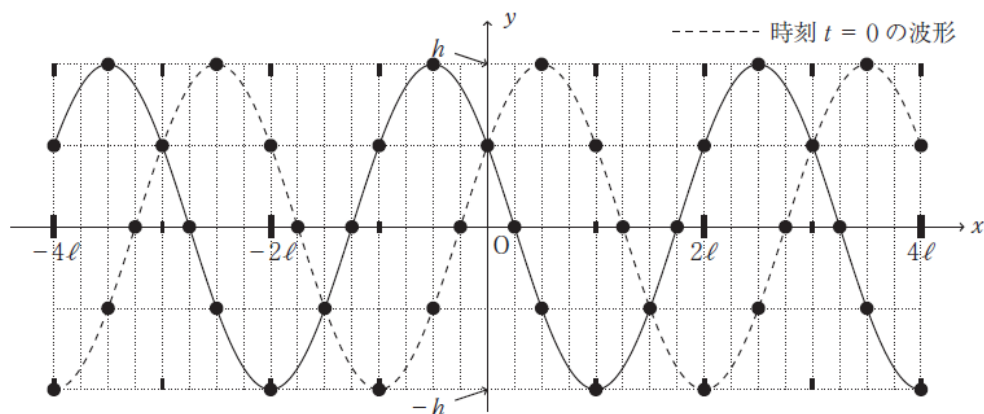
〔A〕

x 軸の1目盛りは $\frac{\ell}{4}$ で、1波長 3ℓ は12目盛りの長さに相当し、波の位相は1目盛りあたり $\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ 進む。

$$(1) \quad \lambda = 3\ell, \quad V = \frac{3\ell}{T} \qquad (2) \quad A = h, \quad k = \frac{2\pi}{3\ell}, \quad \theta = \frac{\pi}{6}$$

(3) $x = -\frac{19}{4}\ell, -\frac{7}{4}\ell, \frac{5}{4}\ell, \frac{17}{4}\ell$: 波は x 軸の正の向きに進むので、媒質の変位が0、かつ、変位の傾きが負の位置で、媒質の速度が最大となる。変位の傾きが正の位置は、媒質の速度が最小の場所である。

(4) 時刻 $t = 0$ の波形を、 $\frac{2}{3}\lambda = 2\ell$ の分だけ右に平行移動した下図となる。



(5) $y_1 = A \sin \{k(x - Vt) + \theta\}$: 時刻 t , 位置 x の波の変位は、時刻 $t = 0$ において、位置 $x - Vt$ にあった波の変位が移動してきたものであることを考慮すればよい。

(6) $x = \frac{3}{4}\ell, \frac{9}{4}\ell, \frac{15}{4}\ell, \frac{21}{4}\ell$: 2つの正弦波 y_1, y_2 は、振幅と波長がそれぞれ等しく、 x 軸上を同じ速さで逆向きに進むので、それらの合成波は定在波となる。特殊な時刻を除き、合成波の変位が0となるのは節だけで、その位置は、時刻 $t = 0$ における y_1, y_2 の波形グラフから分かる。問(4)で得たグラフ(実線)は、時刻 $t = 0$ における y_2 の波形を示す。

〔B〕

$$(1) \quad m \text{ を整数として, } \sqrt{x^2 + (y + a)^2} - \sqrt{x^2 + (y - a)^2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

なお、上式の右辺は、波長の半整数倍を示す式であれば何でもよい。

(2) $\lambda > 4a$: 領域2の平板に沿う位置 ($x = 0$) で、2つのスリットからの素元波が打ち消し合う条件は、問(1)の結果より $|y + a| - |y - a| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ となる。これを満たす整数 m が存在しない条件から解答を得られるが、直感的に次のように考えてもよい。

まず、領域2の平板に沿った $|y| > a$ の領域では、 S_1, S_2 のそれぞれから放たれた素元波は、 y 軸に沿っ

て同じ向きに進む進行波となる。それらの合成波の変位は至るところで時間変化するので、領域 $|y| > a$ では題意が満たされる。次に、 S_1 と S_2 の間の領域 $-a \leq y \leq a$ では、 S_1 、 S_2 のそれぞれから放たれた素元波は互いに逆向きの進行波となり、それらの合成波は波長 λ の定在波となる。水位が時間変化しない場所が生じるなら、それは節である。 S_1 、 S_2 から等距離にある $y = 0$ は、その定在波の腹となる（そこで2つの素元波は強め合う）ので、節は、 $y = 0$ から $\frac{(\text{波長})}{4}$ だけ離れた場所にできる可能性がある。 $\lambda > 4a$ ならば、 S_1 と S_2 の間に節は生じず、題意を満たす。

- (3) $L = \frac{3}{2}a$: 2つのスリット S_1 、 S_2 のそれぞれから x 軸上の点 R までの距離は等しいので、経路 QS_1R と QS_2R との経路差は、 $QS_1 - QS_2 = \sqrt{L^2 + 4a^2} - L$ となる。よって、 x 軸上 ($x > 0$) で、 S_1 、 S_2 からの素元波が打ち消し合う条件は、整数 m (≥ 0) を用いて、 $\sqrt{L^2 + 4a^2} - L = \left(m + \frac{1}{2}\right)(2a) \Rightarrow L = a\left(\frac{2}{2m+1} - \frac{2m+1}{2}\right)$ となる。そして、 L が最大となるのは $m = 0$ のときである。（作図すれば、 L が大きいほど $QS_1 - QS_2$ が小さくなることは直ぐ分かるので、はじめから $m = 0$ と置いてもよい。）