

文系数学（2月1日）

1. 出題意図

出題においては、(1)基本事項の十分な理解とそれを運用する力、(2)問題を理解し解決に至る道筋を構想する力、(3)問題を実際に解決する計算力、の3つを見ることを目標にしている。

実際の問題形式は、大問3問のうち、大問[1]、[2]は空欄補充の問題で、数学I、数学II、数学A、数学B、数学C（「ベクトル」）の内容を問い、大問[3]は微分積分の記述問題を小問に分けて、誘導して解く問題としている。どの問題も可能な限り誘導をつけて取り組みやすいよう配慮しており、出題分野についても偏りないようにしている。

2. 解答（解答例）

[1]

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	(オ)	(カ)	(キ)
$-2-2\sqrt{2} < a < -2+2\sqrt{2}$	-2	$-2-2\sqrt{2} < a \leq \frac{-3-\sqrt{15}}{2}$	-4	$\frac{7}{216}$	$\frac{37}{216}$	$\frac{18}{37}$
7 点	7 点	7 点	7 点	7 点	7 点	8 点

[2]

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	(オ)	(カ)	(キ)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$(0, -\sqrt{3})$	$2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$	$-2n + 41$	1300	$n(-2n + 39)$	325
7 点	7 点	7 点	7 点	7 点	7 点	8 点

[3]

[解答] (1) $p \neq 0$ より, 直線 OP の方程式は $y = \frac{-p^2 - 2p}{p}x = -(p+2)x$ である. 関数 $y = -x^2 - 2x$ の導関数は $y' = -2x - 2$ であるから, 接線 ℓ の方程式は $y = (-2p-2)(x-p) - p^2 - 2p = -2(p+1)x + p^2$ である.

(2) 求める面積 S は, 下図より

$$S = - \int_p^0 (x^2 - px) dx = - \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}px^2 \right]_p^0 = -\frac{1}{6}p^3$$

である.

(3) 面積 T は, 下図より

$$T = \int_{-3}^p (x^2 - 2px + p^2) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - px^2 + p^2x \right]_{-3}^p = \frac{1}{3}p^3 + 3p^2 + 9p + 9$$

であるので,

$$S+T = -\frac{1}{6}p^3 + \frac{1}{3}p^3 + 3p^2 + 9p + 9 = \frac{1}{6}p^3 + 3p^2 + 9p + 9$$

である. ここで, $f(p) = \frac{1}{6}p^3 + 3p^2 + 9p + 9$ とおくと, $f'(p) = \frac{1}{2}p^2 + 6p + 9$ である. $f'(p) = 0$ を解くと, $p = -6 \pm 3\sqrt{2}$ であり, $-3 < p < 0$ の範囲における $f(p)$ の増減表は, 次のようになる.

p	-3	...	$-6+3\sqrt{2}$	...	0
$f'(p)$		-	0	+	
$f(p)$		$\searrow$	最小	$\nearrow$	

よって, $p = -6 + 3\sqrt{2}$ のとき, $f(p)$, つまり $S+T$ は最小値をとる.

