分結指数の検討[*1]

——方法論的考察——

海野道郎[*2]

§0. 研究の目的

分結指数（Segregation Index）は，元来，都市内における人口分布が人種によって偏在している，という現象（例：黒人は特定の区域に住む傾向が大きい）を記述するために開発された一群の指標である。しかしながらこの指数は，その形式的側面に注目した場合，人口分布の偏在現象だけではなく，一般に，「サブグループによって，任意のカテゴリーの集合上の分布が異なる程度」を表現するのに使えることが分かる。したがって分結指数の用途は，従来考えられていたよりも，はるかに広いものといえよう。

ところで，安田によれば，「分結指数の研究の先駆をなしたのは，ヤーンらの共同論文（Jahn et. al., 1947）で，彼らはこの論文の中で4種の指標 I_1, I_2, I_3, I_4 を提出した。これをめぐって種々議論がかわされ，若干の新しい提案もあった後，ダンカンおよびダンカン（Duncan & Duncan, 1955）の論文がこれらの諸変数の関係を明らかにして，分結指数の研究に一応の終止符を打ったといってよい」，という（安田，1969；安田・海野，1977）。

しかしながら，この終止符は，あくまでも「一応の」ものであった。ダンカンらの論文が問題を完全に解決したわけではなかったから，それは当然でもある。筆者は先年この指標を用いた時以来いくつかの疑問をいだいてきたが，それとは独立に海外においても，Duncan らの論文以後，議論が展開されてきている。本研究の目的は，これらの議論をふまえつつ，分結指数のもつ問題点を明らかにし，分結指数の欠点の克服に向けての着実な一歩として，若干の提案を行なうことである[1)]。

§1. 非分結（分結のない状態）の操作的定義

§1.1. 課題の設定

Jahn et. al. (1947), Duncan & Duncan (1955) らは，すべてのセンサストラクトにおいてマイノリティーの比率が等しいとき（均等分布）非分結であると考えた。彼らの指標によれば，このとき $D=0$ である。

これに対して Cortese ら（1976）は，マイノリティーが各センサストラクトに「均等に」分布した状態ではなく，「ランダムに」分布した場合を非分結であると考えた。彼らはランダム分布の時の D の値を求め，それによって D を補正しようとしたのである。彼らがシミュレーションによって得た，ランダム分布を仮定した時の D の値は，表1に再録した通りである[2)]。

しかしながら，Taeuber & Taeuber (1976) も指摘するように，Cortese らは，「ランダムな変動と指標がとりうる最小値」を混同している。「下位地区（たとえばセンサストラクト）の大きさが小さく，しかも，その都市の黒人の比率が小さい

---

*1 本稿は，第5回日本行動計量学会総会（1977年9月1日～3日，岡山大学）で行なった口頭発表に，若干の補訂をほどこしたものである。

*2 関西学院大学社会学部

1）ここでは，既存の研究のサーベイが目的ではないので，それらについては必要最小限にしかふれていない。詳しくは，（安田，1969），（Cortesse *et. al.*, 1976）などを参照せよ。なお，以下の議論は，原則として，代表的分結指数である非類似係数 D について行なう。

2）以下の論述において，「黒人」，「白人」などというとき，これはそれぞれ「マイノリティー」，「マジョリティー」と読みかえることが可能である。「黒人」「白人」という言葉を用いたのは，イメージを具体化させるためと，紙幅の節約のためである。

表1　都市全域に非白人がランダムに居住した場合の非類似係数の期待値

q \ N	10	25	50	100	1000
0.01	0.914	0.786	0.611	0.370	0.127
0.02	0.833	0.615	0.372	0.273	0.090
0.05	0.630	0.369	0.264	0.180	0.043
0.10	0.387	0.272	0.185	0.132	0.042
0.20	0.301	0.196	0.140	0.099	0.032
0.30	0.266	0.176	0.122	0.087	0.028
0.40	0.250	0.161	0.114	0.081	0.026
0.50	0.246	0.161	0.112	0.080	0.025

q：都市内のマイノリティーの比率。
N：地区内の世帯数
(Cortesse *et.al.*, 1976) による。

ときには指標のとりうる最小値は極めて大きい。表1の左上（上記の条件を満足している）の高い“期待値”は，ランダムネスの影響よりは，このことによって生じたものである。」〔(　) 内は引用者が補ったもの〕

だが，Taeuber &Taeuber の議論は，そこに留まっている。そこで，以下に指標のとりうる最小値を定式化する[3]。

§1.2.　分結指数のとりうる最小値——その定式化[4]

まず，次のように記号を定める[5]。

k：ある都市内の地区の数

q：その都市におけるマイノリティーの比率 $(0<q<1)$[6]

N：1つの地区内の人口

ただし，ここでは，考察中の都市は人口の等しい複数の地区に分割されている，と仮定している[7]。

§1.2.1.　各地区のマイノリティー数の平均が1未満の場合

さて，まず，$q=0.01$，$N=10$ と仮定し，非類似係数Dのとりうる最小値 D_{min} が地区数 k の変化によってどのように変るかを見てみよう。

（i）$k=10$ の場合

この場合，各地区の黒人と白人の数は，たとえば表2のようになる。$q=0.01$，$N=10$，$k=10$で

表2　各地区における黒人と白人の分布
($q=0.01$，$N=10$，$k=10$)

地区	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
黒人	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
白人	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	99
合計	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100

あるから，この都市内の全人口は $kN=100$人，黒人数は $qkN=1$，すなわち1人である。したがって，この1人の黒人がどの地区に居住しようとも，Dの値は一定である[8]。この時のDの値（D_{min}）は，次のようになる。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{1}{1}-\frac{9}{99}\right|\times 1+\left|\frac{0}{1}-\frac{10}{99}\right|\times 9\right\} \quad \cdots(1)$$

(1)式を計算すると，次のようになる。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left(\frac{90}{99}+\frac{90}{99}\right)=\frac{90}{99}=0.9\dot{0}\dot{9}$$

(ii) $k=20$ 場合

この場合，全人口は $kN=200$，黒人数は qkN

3）本稿ではそこまで立入らないが，分結指数の補正を考える際には，基準として，「指標のとりうる最大値」をとるか，「ランダムな状態を仮定した時に指標がとる値の期待値」をとるか，という問題が生じる。未だ詳しい体系的検討は経ていないが，筆者は今のところ，この指標の使用目的が政策遂行の診断の場合には前者，科学的現象記述の場合には後者を用いるのがよいと考えている。

4）ここでは，論文の一般的スタイルにはいささか反することを承知のうえで，この定式化を生み出したプロセス，すなわち，いわば研究の舞台裏を記したいと思う。これは，本稿の発表されるのが『社会学部紀要』であるということ，したがって，主要な読者の一群として，われわれが日頃接している学生諸君が考えられること，を配慮したためである。

5）分析の単位は，表1においては世帯が想定されているのに対して，ここでは個人である。この差異は，社会学的には意味のある差であるが，ここで行なっている形式的（formal）な議論には影響しない。

6）もちろん，$q=0$ や $q=1$ の場合も理論的には存在しうるが，そのような場合というのは，分結指数による分析の対象とはなりえない。このことは，q の意味を考えてみれば明らかであろう。

7）もちろん，この仮定は，いずれ緩和されるべきものである。しかしながら，この仮定は全く現実離れしたものである，というわけではない。というのは，センサストラクト（地区）を構成するに当っては，重要な要請の1つとして，各トラクトの人口をなるべく揃える，ということが挙げられているからである。

8）Dの定義式からも明らかなように，地区番号のつけ方は全く任意である。後述の(34)式を参照せよ。

$=2$ である。このような条件下で D の最小値が生じるのは，2人の黒人が別々の地区に居住している場合である。これは，たとえば表3のようになる。

このときの D の値（D_{min}）は，次のようになる。

表3　各地区における黒人と白人の分布
（$q=0.01$，$N=10$，$k=20$）

地区	1	2	3…8	9	10	11	12…18	19	20	合計
黒人	0	1	0…0	0	0	1	0…0	0	0	2
白人	10	9	10…10	10	10	9	10…10	10	10	198
合計	10	10	10…10	10	10	10	10…10	10	10	200

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{1}{2}-\frac{9}{198}\right|\times 2+\left|\frac{0}{2}-\frac{10}{198}\right|\times 18\right\} \quad \cdots(2)$$

(2)式の値は，次のようになる。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\frac{99-9}{198}\times 2+\frac{10}{198}\times 18\right\}$$
$$=\frac{180}{198}=\frac{90}{99}=0.9\dot{0}\dot{9}$$

この値は，$k=10$ の場合における値と等しい。では次に，さらに大きな k の値を設定してみよう。

(iii)　$k=100$ の場合

この場合，全人口は $kN=1,000$人，黒人数は $qkN=10$ 人である。したがって，分結状態から一番遠い状態は，100地区のうち10地区に黒人が1人ずつ住み，残りの90地区は白人のみが住む，という状態である。

したがって，このときの D の値（D_{min}）は次のようになる。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{1}{10}-\frac{9}{990}\right|\times 10+\left|\frac{0}{10}-\frac{10}{990}\right|\times 90\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{90}{990}\times 10+\frac{10}{990}\times 90\right\}$$
$$=\frac{900}{990}=\frac{90}{99}=0.9\dot{0}\dot{9}$$

この値は，$k=10$，$k=20$ のときの D_{min} の値に等しい。したがって，ここから，「D_{min} の値は，q と N が一定のとき，地区数 k には依存しない」という関係があるものと推察される。そこで次に，このことを，一般式を用いて考えてみよう。

(iv)　一般の場合（ただし，$qN<1$）

表2，表3に対応する一般的な表は，表4のようになる。すなわち，まず，全人口は kN 人である。このうち，黒人は合計 qkN 人，したがって白人は合計 $(1-q)kN$ 人である。また，完全分結から最も遠い状態というのは，qkN 個の地区に黒人が1人ずつ住み，残りの $(k-qkN)$ 個の地区には白人だけが住む状態である。

表4　各地区における黒人と白人の分布
（一般的な場合）

地区	1	2	qkN	$qkN+1$	$qkN+2$	…k	合計
黒人	1	1	…1	0	0	…0	qkN
白人	$N-1$	$N-1$	…$N-1$	N	N	…N	$(1-q)kN$
合計	N	N	N	N	N	…N	kN

このときの D の値（D_{min}）は，次のように定義される。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{1}{qkN}-\frac{N-1}{(1-q)kN}\right|\times qkN+\left|\frac{0}{qkN}-\frac{N}{(1-q)kN}\right|\times(k-qkN)\right\} \quad \cdots(3)$$

次に，この(3)式を変形してみよう。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{(1-q)-q(N-1)}{q(1-q)kN}\right|\times qkN+\left|\frac{-qN}{q(1-q)kN}\right|\times k(1-qN)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{1-qN}{q(1-q)kN}\right|\times qkN+\left|\frac{-qN}{q(1-q)kN}\right|\times k(1-qN)\right\} \quad \cdots(4)$$

ところで，この一般式を導くもとになった(1)式，(2)式，および表4をみると分かるように，ここでは，$qN<1$ ということが暗黙のうちに仮定されていた。そこで，

$$1-qN>0 \quad \cdots(5)$$

一方，定義から

$$1-q>0 \quad \cdots(6)$$

したがって(4)式は，(5)，(6)式を用いて，次のように変形される。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1-qN}{q(1-q)kN}\times qkN+\frac{qN}{q(1-q)kN}\times k(1-qN)\right\}$$
$$=\frac{1-qN}{1-q}$$

以上の議論から，次のことが明らかになった。

〔命題1〕

ある都市が k 個の地区に分けられているとする。また，各地区の居住者数は同じであると仮定する。さらに，$qN<1$ と仮定する。このとき，非類似係数 D の最小値 D_{min} は，地区数 k のいかんにかかわらず次の式で与えられる。

$$D_{min}=\frac{1-qN}{1-q} \qquad \cdots(7)$$

ここで，

q：当該都市におけるマイノリティーの比率（$0<q<1$）

N：1つの地区内の人口

である。

命題1によって，地区数が D_{min} の値に影響を及ぼすことはない，ということが示された。だが，この命題には，$qN<1$ という制限があった。そこで次に，$qN\geqq 1$ の場合を，順序を踏んで考察しよう。

§1.2.2. 各地区の平均マイノリティー数が整数の場合

まず，$qN=1$ の場合を考えてみよう。この場合には，各地区に1人ずつ黒人が住んでいることが，完全分結から最も遠い状態である。これはもちろん古典的（一般的）な意味における非分結状態であり，D_{min} の値は，計算するまでもなくゼロである。

次に，qN が2以上の整数をとった場合を考えてみよう。その整数を n とすると，この場合，各地区に n 人ずつの黒人が住んでいることが完全分結から最も遠いことは明らかである。そしてまた，地区数のいかんにかかわらず，この時の D の値 D_{min} がゼロである，ということも明らかである。

以上をまとめると，次のようになる。

〔命題2〕

qN が（正の）整数であるときには，地区数のいかんにかかわらず，

$$D_{min}=0$$

である。ただし，qN の値に関する仮定以外のすべての仮定および記号は，命題1と同じである。

§1.2.3. 各地区のマイノリティー数の平均が1以上の非整数である場合

この場合にもまず，数値例を用いて考えてみよう。

たとえば，$q=0.05$, $N=25$, $k=20$ とする（$qN=1.25>1$）。このとき，全人口は $kN=500$ 人，黒人数は $qkN=25$ 人，したがって白人数は475人である。このような制約条件下で，完全分結から最も遠い状態（非分結に最も近い状態）は，次のようなものである。すなわち，20地区中5地区には黒人が2人ずつ（したがって白人が23人ずつ），残りの15地区には黒人が1人ずつ（したがって白人が24人ずつ）住んでいる状態である。このとき，D の値は次のようになる。

$$\begin{aligned}D_{min}&=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{2}{25}-\frac{23}{475}\right|\times 5+\left|\frac{1}{25}-\frac{24}{475}\right|\times 15\right\}\\&=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{38-23}{475}\right|\times 5+\left|\frac{19-24}{475}\right|\times 15\right\}\\&=\frac{1}{2}\left\{\frac{15}{475}\times 5+\frac{5}{475}\times 15\right\}\\&=\frac{15\times 5}{475}=0.1578\cdots \qquad \cdots(8)\end{aligned}$$

(8)式を参考にしながら，この場合の一般式を求めてみよう。

前と同じように，全人口は kN 人，黒人の総数は qkN 人，白人の総数は $(1-q)kN$ 人である。

次に，各地区内の黒人数，白人数を考えてみよう。本項であげた例をみると，$qN=1.25$ のとき，非分結に最も近い状態で実際に各地区に居住する黒人数は1人または2人であった。すなわち，{全黒人数－(地区数×1)} だけの地区に2人，残りの地区には1人であった。

これを一般的な場合に翻訳しよう。まず，ガウス記号を導入する。

$$[x]=n \quad (n\leqq x<n+1) \qquad \cdots(9)$$

この記号を用いて表現すると，次のようになる。1地区内の平均黒人数は qN 人であるが，非分結に最も近い状態では，各地区の黒人数は $[qN]$ 人

または $[qN]+1$ 人である。さらに，$[qN]+1$ 人居住する地区の数は $qkN-k[qN]$，したがって残りの $k-\{qkN-k[qN]\}$ の地区には $[qN]$ 人の黒人が住むことになる。もちろん，それらの地区における白人数は，それぞれ，$N-([qN]+1)$ 人，$N-[qN]$ 人である。

以上の準備のもとに，D_{min} を求めると，次のようになる。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{[qN]+1}{qkN}-\frac{N-([qN]+1)}{(1-q)kN}\right|\times(qkN-k[qN])+\left|\frac{[qN]}{qkN}-\frac{N-[qN]}{(1-q)kN}\right|\times\{k-(qkN-k[qN])\}\right\} \quad \cdots(10)$$

(10)式は，次のように簡約化される。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{1-qN+[qN]}{q(1-q)N}\right|\times(qN-[qN])+\left|\frac{[qN]-qN}{q(1-q)N}\right|\times(1-qN+[qN])\right. \cdots(11)$$

ここで，ガウス記号の定義式(9)から $x\geqq n$ ゆえ，

$$qN-[qN]\geqq 0 \quad \cdots(12)$$

また，同じく，$x<n+1$ ゆえ，

$$qN<[qN]+1$$

したがって，

$$1-qN+[qN]<0 \quad \cdots(13)$$

よって，(12)，(13)式を用いると，(11)式は次のように変形される。

$$D_{min}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1-qN+[qN]}{q(1-q)N}\times(qN-[qN])+\frac{qN-[qN]}{q(1-q)N}\times(1-qN+[qN])\right.$$
$$=\frac{(qN-[qN])(1-qN+[qN])}{q(1-q)N} \quad \cdots(14)$$

ここで，次のことに注意しよう。すなわち上記の〔命題1〕，〔命題2〕は，(14)式の特殊ケースなのである。実際，$qN<1$ の場合には $[qN]=0$ であるから，(14)式は

$$\frac{qN(1-qN)}{q(1-q)N}=\frac{1-qN}{1-q}$$

となり，これは〔命題1〕の(7)式に等しい。また，qN が正の整数である場合には，$qN=[qN]$ ゆえ，$D_{min}=0$ となる（〔命題2〕）。

§1.2.4. 分結指数のとりうる最小値——その最終的定式化

以上の議論から，分結指数のとりうる最小値は，次のように定式化される。

〔定理1〕

ある都市が k 個の地区に分けられているとする。また，各地区の居住者数は等しいと仮定する。このとき，非類似係数 D の最小値 D_{min} は，地区数 k のいかんにかかわらず，次の式で与えられる。

$$D_{min}=\frac{(qN-[qN])(1-qN+[qN])}{q(1-q)N} \quad \cdots(14)$$

ここで，

q：当該都市におけるマイノリティーの比率（$0<q<1$）

N：1つの地区内の人口

である。

§1.3. 分結指数のとりうる最小値——その値の挙動

以上の議論によって，各地区の人口が同じ場合において分結指数のとりうる最小値が定式化された。次の課題としては，「各地区の人口が同じ」という仮定を緩和した場合の定式化も考えられるが，それについては別の機会にゆずり，ここでは，この最小値が q や N の値の変化によってどのように変わるかを検討してみよう。そのための方法には，もちろん解析的方法があるが，ここでは，そのための手がかりとして，まず(14)式を用いて D_{min} の値を計算し，その後に，(14)式の特性から D_{min} の挙動をしらべる。

§1.3.1. 計算による値の挙動の観察

まず，先に述べた Cortese らの設定した q と N の値についての枠を採用し，これに対応する値を(14)式によって計算すると，表5のようになる。また，Cortese らの計算値（ランダム時の D）と，いま求めた(14)式による計算値の差をとると，表6のようになる。だが，ここからは，一定の規則性が見出し難い。

その原因を考えてみると，これは，q と N の値

表 5　D のとりうる最小値（D_{min}）

q \ N	10	25	50	100	1000
0.01	0.909	0.758	0.505	0.0	0.0
0.02	0.816	0.510	0.0	0.0	0.0
0.05	0.526	0.158	0.105	0.0	0.0
0.10	0.0	0.111	0.0	0.0	0.0
0.20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.30	0.0	0.048	0.0	0.0	0.0
0.40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.50	0.0	0.04	0.0	0.0	0.0

表 6　〔ランダム時の D（*Cortesse* らによる）-D_{min}〕の値

q \ N	10	25	50	100	1000
0.01	0.005	0.028	0.106	0.370	0.127
0.02	0.017	0.105	0.372	0.273	0.090
0.05	0.104	0.211	0.159	0.180	0.043
0.10	0.387	0.161	0.185	0.132	0.042
0.20	0.301	0.196	0.140	0.099	0.032
0.30	0.266	0.128	0.122	0.087	0.028
0.40	0.250	0.161	0.114	0.081	0.026
0.50	0.246	0.121	0.112	0.080	0.025

（注）—— の部分は，$D_{min} \neq 0$，それ以外は $D_{min}=0$

表 7　qN の 値（* 印は正整数）

q \ N	10	25	50	100	1000
0.01	0.1	0.25	0.5	1 *	10*
0.02	0.2	0.5	1 *	2 *	20*
0.05	0.5	1.25	2.5	5 *	50*
0.10	1 *	2.5	5 *	10 *	100*
0.20	2 *	5 *	10 *	20 *	200*
0.30	3 *	7.5	15 *	30 *	300*
0.40	4 *	10 *	20 *	40 *	400*
0.50	5 *	12.5	25 *	50 *	500*

の設定の仕方に大きく影響されたためと思われる。というのは，〔定理 1〕の⑭式から予測されるように，qN が正整数になる場合は D_{min} にとっては特異点であるわけだが，他方，表 1，5，6 における q と N の値の場合，qN の値は表 7 のようになり，表中* 印をつけたものはすべて整数である。したがって，Cortese らの設定した q と N の値は，彼らの当面の目的だけに視野を局限すれば必ずしもそうとはいえないが，その本来の目的（分結指数の特性の検討）からすれば，余り適当だったとはいえないのである。そこで，特異点以外における D_{min} の変化を詳細に見ることにしよう。日本の現象に照らして考えてみると，特に検討すべきなのは，$q=0.4$ とか $q=0.5$ のような大きな値の場合ではなく，$q=0.01$ 前後の値で

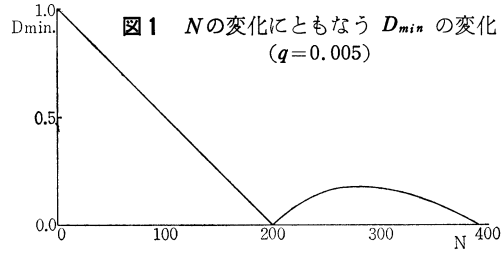

図 1　N の変化にともなう D_{min} の変化（$q=0.005$）

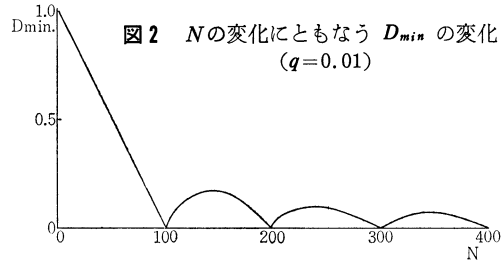

図 2　N の変化にともなう D_{min} の変化（$q=0.01$）

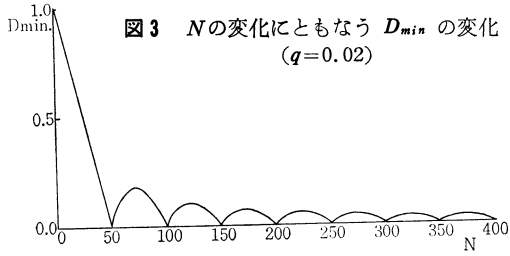

図 3　N の変化にともなう D_{min} の変化（$q=0.02$）

9）現代の日本における代表的マイノリティーのいくつかについて，その人数（概数）を調べてみよう。在日朝鮮人（韓国，北朝鮮），65万人。在日中国人，5万人。アイヌ，1万5千人。身障者，130万人。精神障害者，120万人。部落民（解放同盟，20余万人。部落解放同盟正常化全国連絡会議，5万数千人）25万人。ところで，日本国民の総数約1億1千万人の1％は約110万人であるから，上記の概数は，0.01％（アイヌ）から1.2％（身障者）に相当する。例外的に多いものとしては，（それらを「マイノリティー」と考えるか否かについての議論には，ここでは立入らないが）老人（65才以上）の886万人（8％），女の5,700万人（51％弱）がある。〔出典は，アイヌについては『世界大百科事典』（平凡社，1972），その他については，『朝日年鑑（昭和52年版）』（朝日新聞社，1977）。〕

（補注）「部落解放同盟正常化全国連絡会議」は，1977年3月，「全国部落解放運動連合会（全解連）」という組織になった。なお，部落解放運動には，上記以外の組織もありまた，組織されていない部落民も多数いると言われる。

表8　q, N の変化にともなう D_{min} の変化（(14)式による）

N \ q	$q=0.005$				$q=0.01$				$q=0.02$			
	ⓐ	ⓑ	ⓒ	D_{min}	ⓐ	ⓑ	ⓒ	D_{min}	ⓐ	ⓑ	ⓒ	D_{min}
	$qN-[qN]$	1−ⓐ	$q(1-q)N$	ⓐ×ⓑ/ⓒ	$qN-[qN]$	1−ⓐ	$q(1-q)N$	ⓐ×ⓑ/ⓒ	$qN-[qN]$	1−ⓐ	$q(1-q)N$	ⓐ×ⓑ/ⓒ
1	0.005	0.995	0.0050	1.	0.01	0.99	0.0099	1.0	0.02	0.98	0.0196	1.0
10	0.05	0.95	0.0498	0.9547	0.1	0.9	0.099	0.9091	0.2	0.8	0.196	0.8163
20	0.1	0.9	0.0995	0.9045	0.2	0.8	0.198	0.8081	0.4	0.6	0.392	0.6122
30	—	—	—	—	0.3	0.7	0.297	0.7071	0.6	0.4	0.588	0.4082
40	0.2	0.8	0.199	0.8040	0.4	0.6	0.396	0.6061	0.8	0.2	0.784	0.2041
50	—	—	—	—	0.5	0.5	0.495	0.5051	0.0	1.0	0.98	0.0
60	0.3	0.7	0.2985	0.7035	0.6	0.4	0.594	0.4040	0.2	0.8	1.176	0.1361
70	—	—	—	—	0.7	0.3	0.693	0.3030	0.4	0.6	1.372	0.1749
80	0.4	0.6	0.398	0.6030	0.8	0.2	0.792	0.2020	0.6	0.4	1.568	0.1531
90	—	—	—	—	0.9	0.1	0.891	0.1010	0.8	0.2	1.764	0.0907
100	0.5	0.5	0.4975	0.5025	0.0	1.0	0.99	0.0	0.0	1.0	1.96	0.0
110	—	—	—	—	0.1	0.9	1.089	0.0826	0.2	0.8	2.156	0.0742
120	0.6	0.4	0.597	0.4020	0.2	0.8	1.188	0.1347	0.4	0.6	2.352	0.1020
130	—	—	—	—	0.3	0.7	1.287	0.1632	0.6	0.4	2.548	0.0942
140	0.7	0.3	0.6965	0.3015	0.4	0.6	1.386	0.1732	0.8	0.2	2.744	0.0583
150	—	—	—	—	0.5	0.5	1.485	0.1684	0.0	1.0	2.94	0.0
160	0.8	0.2	0.796	0.2010	0.6	0.4	1.584	0.1515	0.2	0.8	3.136	0.0510
170	—	—	—	—	0.7	0.3	1.683	0.1248	0.4	0.6	3.332	0.0720
180	0.9	0.1	0.8955	0.1005	0.8	0.2	1.782	0.0897	0.6	0.4	3.528	0.0680
190	—	—	—	—	0.9	0.1	1.881	0.0478	0.8	0.2	3.724	0.0430
200	0.0	1.0	0.995	0.0	0.0	1.0	1.98	0.0	0.0	1.0	3.92	0.0
210	0.05	0.95	1.0448	0.0455	0.1	0.9	2.079	0.0433	0.2	0.8	4.116	0.0389
220	0.1	0.9	1.0945	0.0822	0.2	0.8	2.178	0.0735	0.4	0.6	4.312	0.0557
230	—	—	—	—	0.3	0.7	2.277	0.0922	0.6	0.4	4.508	0.0532
240	0.2	0.8	1.194	0.1340	0.4	0.6	2.376	0.1010	0.8	0.2	4.704	0.0340
250	—	—	—	—	0.5	0.5	2.475	0.1010	0.0	1.0	4.9	0.0
260	0.3	0.7	1.2935	0.1624	0.6	0.4	2.574	0.0932	0.2	0.8	5.096	0.0314
270	—	—	—	—	0.7	0.3	2.673	0.0786	0.4	0.6	5.292	0.0454
280	0.4	0.6	1.393	0.1723	0.8	0.2	2.772	0.0577	0.6	0.4	5.488	0.0437
290	—	—	—	—	0.9	0.1	2.871	0.0313	0.8	0.2	5.684	0.0281
300	0.5	0.5	1.4925	0.1675	0.0	1.0	2.97	0.0	0.0	1.0	5.88	0.0
310	—	—	—	—	0.1	0.9	3.069	0.0293	0.2	0.8	6.076	0.0263
320	0.6	0.4	1.592	0.1508	0.2	0.8	3.168	0.0505	0.4	0.6	6.272	0.0383
330	—	—	—	—	0.3	0.7	3.267	0.0643	0.6	0.4	6.468	0.0371
340	0.7	0.3	1.6915	0.1242	0.4	0.6	3.366	0.0713	0.8	0.2	6.664	0.0240
350	—	—	—	—	0.5	0.5	3.465	0.0722	0.0	1.0	6.86	0.0
360	0.8	0.2	1.791	0.0893	0.6	0.4	3.564	0.0673	0.2	0.8	7.056	0.0227
370	—	—	—	—	0.7	0.3	3.663	0.0573	0.4	0.6	7.252	0.0331
380	0.9	0.1	1.8905	0.0476	0.8	0.2	3.762	0.0425	0.6	0.4	7.448	0.0322
390	0.95	0.05	1.9403	0.0245	0.9	0.1	3.861	0.0233	0.8	0.2	7.644	0.0209
400	0.0	1.0	1.99	0.0	0.0	1.0	3.96	0.0	0.0	1.0	7.84	0.0

（注）表示の際の「丸め」（四捨五入）によって，表中の（ⓐ×ⓑ)/ⓒ の値は必ずしも D_{min} の値と等しくない。

ある[9]。したがってわれわれは，$q=0.005$, 0.01, 0.02の3つの場合について，Nの変化にともなって D_{min} がどのように変化するかをみてみよう。その結果は，表8および図1，2，3に示されてい

る。

この図をみて分かることは，次のようなことである。

(1) q の値のいかんにかかわらず，$N=1$，$D_{min}=1.0$ の点を通る。

(2) N の増加にともない，初めは直線的に下降するが，その後は波状に変化する。

(3) 直線的下降の部分，およびその後の波状部分の周期は等しく，その周期は $1/q$ となるようである。

(4) 第1の波，第2の波，第3の波，等々の極大値は，q の値のいかんによらず，それぞれ等しいようである。

以上の観察結果に示唆を受けつつ，次には，解析的方法によって，D_{min} の値の挙動を分析してみよう。

§1.3.2. 解析的方法による値の挙動の分析

前節末尾に記した観察結果の裏づけを，順を追って記す。

〔知見1〕 q の値のいかんにかかわらず，$N=1$，$D_{min}=1.0$ の点を通る。

初めに行なった仮定から

$$q<1$$

ゆえに，$N=1$ のときには

$$qN<1 \qquad \cdots(15)$$

である。したがって

$$[qN]=0 \qquad \cdots(16)$$

となる。(16)式を(14)式に代入すると，

$$D_{min}=\frac{qN(1-qN)}{q(1-q)N}=\frac{1-qN}{1-q} \qquad \cdots(17)$$

(17)式は，次のように変形できる。

$$(1-q)(D_{min}-1)+q(N-1)=0 \qquad \cdots(18)$$

(18)式は，$N=1$，$D_{min}=1$ のとき，q の値のいかんにかかわらず成立する。したがって，〔知見1〕は証明された。

〔知見2〕 $qN<1$ のとき，D_{min} の変化は直線的である。

$qN<1$ のとき，(14)式は(17)式のようになる。(17)式を変形すると，

$$D_{min}=-\frac{q}{1-q}N+\frac{1}{1-q} \qquad \cdots(18)$$

したがって，q が一定のとき，(18)式は傾きが $-q/(1-q)$ の直線である。

〔知見3〕 $qN\geqq 1$ のとき，D_{min} は波状に変化する。

一般式を導き出すために，初めのいくつかの場合について検討してみよう（注10を参照）。

＊$[qN]=1$ のとき，

$$D_{min}=f(N)=\frac{1}{q(1-q)}\cdot\frac{(qN-1)(2-qN)}{N}$$

$$=\frac{-1}{q(1-q)}\cdot\frac{q^2N^2-3qN+2}{N} \qquad \cdots(19)$$

(19)式より

$$f'(N)=\frac{-1}{q(1-q)}\cdot\frac{q^2N^2-2}{N^2}$$

$$=\frac{-q}{1-q}\cdot\frac{1}{N^2}\left(N+\frac{\sqrt{2}}{q}\right)\left(N-\frac{\sqrt{2}}{q}\right) \qquad \cdots(20)$$

ゆえに，$f(N)$ は $N=\sqrt{2}/q$ のとき極大となり，極大値は，

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{q}\right)=\frac{3-2\sqrt{2}}{1-q} \qquad \cdots(21)$$

である。

＊$[qN]=2$のとき，

$$D_{min}=f(N)=\frac{1}{q(1-q)}\cdot\frac{(qN-2)(3-qN)}{N}$$

$$=\frac{-1}{q(1-q)}\cdot\frac{q^2N^2-5qN+6}{N} \qquad \cdots(22)$$

(22)式より，

$$f'(N)=\frac{-q}{1-q}\cdot\frac{1}{N^2}\left(N+\frac{\sqrt{6}}{q}\right)\left(N-\frac{\sqrt{6}}{q}\right) \qquad \cdots(23)$$

ゆえに，$f(N)$ は $N=\frac{\sqrt{6}}{q}$ のとき極大となり，極大値は，

$$f\left(\frac{\sqrt{6}}{q}\right)=\frac{5-2\sqrt{6}}{1-q} \quad \cdots(24)$$

＊$[qN]=3$のとき，

$$D_{min}=f(N)$$
$$=\frac{1}{q(1-q)}\cdot\frac{(qN-3)(4-qN)}{N}$$
$$=\frac{-1}{q(1-q)}\cdot\frac{q^2N^2-7qN+12}{N} \quad \cdots(25)$$

(25)式より，

$$f'(N)=\frac{-q}{1-q}\cdot\frac{1}{N^2}\left(N+\frac{\sqrt{12}}{q}\right)\left(N-\frac{\sqrt{12}}{q}\right) \quad \cdots(26)$$

ゆえに，$f(N)$ は $N=\frac{\sqrt{12}}{q}$のとき極大となり，極大値は，

$$f\left(\frac{\sqrt{12}}{q}\right)=\frac{7-2\sqrt{12}}{1-q} \quad \cdots(27)$$

＊一般式の導出

以上の準備にもとづいて，一般式を導出しよう。

q をパラメーターと考えた時，$[qN]$ は Nの段階関数（step function）であるから，qN が整数となる点以外では一定である。

ここで，(14)式を再び記す

$$D_{min}=f(N)$$
$$=\frac{(qN-[qN])(1-qN+[qN])}{q(1-q)N} \quad \cdots(14)$$

次に，$[qN]$ を定数とみなして，$f(N)$ をNで微分する[10]。

まず，(14)式を変形して，

$$f(N)=\frac{1}{q(1-q)}\frac{1}{\mathrm{N}}\left\{-q^2N^2+(2[qN]+1)qN-[qN](1+[qN])\right\} \quad \cdots(28)$$

次に，(28)式を Nで微分して第1次導関数を求めると，次のようになる。

$$f'(N)=\frac{1}{q(1-q)}\cdot\frac{1}{\mathrm{N}^2}\Big[\{-2q^2N+(2[qN]+1)q\}N-\{-q^2N^2+(2[qN]+1)qN-[qN](1+[qN])\}\Big]$$
$$=\frac{-q}{1-q}\cdot\frac{1}{N^2}\left\{N^2-\frac{[qN](1+[qN])}{q^2}\right\}$$
$$=\frac{-q}{1-q}\cdot\frac{1}{N^2}\left(N+\frac{\sqrt{[qN](1+[qN])}}{q}\right)\cdot\left(N-\frac{\sqrt{[qN](1+[qN])}}{q}\right) \quad \cdots(29)$$

ゆえに，$f(N)$ は

$$N=\sqrt{[qN](1+[qN])}/q \quad \cdots(30)$$

のとき極大となり，極大値は，

$$f\left(\frac{\sqrt{[qN](1+[qN])}}{q}\right)$$
$$=\frac{1}{1-q}\left\{(1+2[qN])-2\sqrt{[qN](1+[qN])}\right\} \quad \cdots(31)$$

となる。

次に，$f(N)$ の第2次導関数 $f''(N)$ を求めてみよう。これは，次のようになる。

$$f''(N)=\frac{-q}{1-q}\cdot\frac{[qN](1+[qN])}{q^2}\cdot\frac{2}{N^2} \cdots(32)$$

(32)式から明らかなように，

$f''(N)<0$（すべての $N\geqq1$ に対して）…(33)

以上から，$f(N)$ は，上に凸の「カマボコ状」の関数であることが分かる。

〔知見3〕「周期」は $1/q$ である。

以上の議論から明らかなように，$f(N)$ すなわち D_{min} は，$[qN]$ の値が1だけ増加するごとに1つの極大値をもつ。したがって，qN が1だけ増加するごとに，「波」が1つ存在するのである。すなわち，Nが $1/q$ だけ増加するごとに，1つの波が存在するのである。

〔知見4〕「第1の波，第2の波，第3の波，等々の極大値は，q の値のいかんによら

10) もちろん，Nは正整数であるから，正確には$f(N)$ は微分可能でない。しかし，Nの変化にともなう D_{min} の値の変化を知るための近似的方法としては許容されるであろう。

11) 観察の結果，各波の極大値が等しいように見えたのは，q の変化の幅が小さかったためである。そのことは(31)式の分母 $(1-q)$ が，$q=0.005$，0.01，0.02 のときに，それぞれ 0.995，0.99，0.98 と余り変らないことを見れば明らかである。

ず，それぞれ等しいようである」という観察結果は誤りである。

これは，(21)，(24)，(27)，(31)式などから明らかである。すなわち，極大値は，$[qN]$ だけでなく，q によっても変化するのである[11]。表9には，$[qN]$ および q の変化につれて，極大値を与える N およびそのときの D_{min} の値（極大値）がどのように変るかを示してある[12]。ここから，D_{min} の極大値は，q が大きくなるほど大きくなり[13]，$[qN]$ が大きくなるほど小さくなることが分かる。

表9　$[qN]$，q の変化にともなう極大点の変化

$[qN]$ ＼ q	$q=0.005$		$q=0.01$		$q=0.02$	
	N	D_{min}	N	D_{min}	N	D_{min}
1	282.8	0.1724	141.4	0.1732	70.7	0.175
2	489.9	0.1015	244.9	0.1020	122.5	0.1031
3	692.8	0.0721	346.4	0.0724	173.2	0.0732
4	894.4	0.0560	447.2	0.0562	223.6	0.0568
5	1095.4	0.0457	547.7	0.0457	273.9	0.0464
6	1296.1	0.0387	648.0	0.0388	324.0	0.0393

§1.4.　分結指数の変域について——今後の課題

前節の議論によって，分結指数の最小値の挙動が明らかになった。だが，この特性は，各地区の人口が等しいという仮定の下に導かれたものであった。そこで，今後の課題としては，次のようなものが考えられる。

(1)　各地区の人口が等しくない場合への拡張を行なう。

(2)　最大値についても平行的な議論が可能であると考えられるので，それを解決する。

(3)　以上を基盤として，修正された指標を提出する。

§2.　その他の性質[14]

§2.1.　センサストラクトの合併効果

いま，ある都市の地区ごとの人口が表10(a)のようであったとしよう。次に，表10(a)の離接した地区を2つずつ合併してみよう。表10(b)に，その結果を示してある。

では，この2つの表から得られる D の値はどのような関係にあるだろうか。実際に計算すると，

表10　センサストラクトの合併(仮想的データ)

(a)　合併前

地区	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
黒人	4	0	5	5	4	3	2	0	2	5	30
白人	6	10	5	5	6	7	8	10	8	5	70
計	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100

(b)　合併後

地区	1+2	3+4	5+6	7+8	9+10	計
黒人	4	10	7	2	7	30
白人	16	10	13	18	13	70
計	20	20	20	20	20	100

次のようになる。

(a)合併前

$$D_{10}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{4}{30}-\frac{6}{70}\right|+\left|\frac{0}{30}-\frac{10}{70}\right|+\left|\frac{5}{30}-\frac{5}{70}\right|+\cdots\right.$$
$$\left.\cdots+\left|\frac{2}{30}-\frac{8}{70}\right|+\left|\frac{5}{30}-\frac{5}{70}\right|\right\}=0.2\dot{7}$$

(b)合併後

$$D_{5}=\frac{1}{2}\left\{\left|\frac{4}{30}-\frac{16}{70}\right|+\left|\frac{10}{30}-\frac{10}{70}\right|+\left|\frac{7}{30}-\frac{13}{70}\right|\right.$$
$$\left.+\left|\frac{2}{30}-\frac{18}{70}\right|+\left|\frac{7}{30}-\frac{13}{70}\right|\right\}=0.\dot{2}$$

この結果から，$D_{10}>D_5$ である。すなわち，合併することにより，D の値は小さくなったのである。

このことが一般的に成り立つか否かを検討してみよう。

いま，D を次のように表わす[15]。

$$D=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{N_i}{N}-\frac{W_i}{W}\right| \qquad \cdots(34)$$

いま，任意の2つの地区を考え，それを p，q と

12) ただし，N は整数であるから，(30)式はそのままでは正しくない。だが，ここでは議論を簡略化するため，この条件をとりあえず無視する。

13) ただし，q が大きくなると周期も短かくなり，N がほぼ同じ大きさの時の極大値は，q が大きいほど小さい。

14) 以下の記述は，紙幅の制約のため，メモ風に記しておく。正確な論述は，機会をみて行なう予定である。

15) これは D の1つの定義式である。ここで，n：地区数，N_i：i 地区の黒人数，N：黒人の総数，W_i：i 地区の白人数，W：白人の総数。

すると，(34)式は，次のように書きかえられる。

$$D=\sum_{\substack{t=1\\(t\neq p,q)}}^{n}\left|\frac{N_t}{N}-\frac{W_t}{W}\right|+\left|\frac{N_p}{N}-\frac{W_p}{W}\right|+\left|\frac{N_q}{N}-\frac{W_q}{W}\right| \quad \cdots(34)$$

いま，p 地区と q 地区を合併したとすると，このときの分結指数 D' は次のようになる。

$$D'=\sum_{\substack{t=1\\(t\neq p,q)}}^{n}\left|\frac{N_t}{N}-\frac{W_t}{W}\right|+\left|\frac{N_p+N_q}{N}-\frac{W_p+W_q}{W}\right| \quad \cdots(35)$$

ゆえに，$D-D'\geqq 0$ であることを示せばよい。そのためには，

$$D-D'=\left|\frac{N_p}{N}-\frac{W_p}{W}\right|+\left|\frac{N_q}{N}-\frac{W_q}{W}\right|-\left|\frac{N_p+N_q}{N}-\frac{W_p+W_q}{W}\right|\geqq 0 \quad \cdots(36)$$

を証明すればよい。この証明は容易に出来る（証明略）。そこで，次の定理が得られる。

〔定理 2〕
センサストラクトを合併した場合，D の値は，もとの値に等しいか，それよりも小さい。

このことから，都市間の比較，あるいは，センサストラクトが変更になった場合の時系列比較には，十分な注意と適切な補正が必要であることが分かる。

§2.2. マイノリティー・グループが複数の場合の処理

マイノリティー・グループが複数である，というのは，むしろ一般的状態である。しかも，各グループの分布が偏在していてもマイノリティー全体としては均等であるような場合には，複数のマイノリティーを考慮した指標を用いないかぎり，従来の分結指数では非分結であるかのような値が算出される。これに対しては，Theil & Finizza (1971) の示唆にしたがってエントロピーを導入することが考えられる。また，属性相関係数の適用も検討されるべきである。

§2.3. その他の課題

その他にも，分結指数について検討すべき点は多い。

たとえば，§2.1. で述べた合併効果とも一部関連する点があるが，分結指数では地区内の分布状態については，何の情報も得られない。この欠点を克服するために，Cowgill & Cowgill (1951) は，センサストラクトよりも小さな地理的単位（ブロック）に関するデータに基づいた指標を提唱している。しかし，十分に説得的ではない。

さらに，分結指数は，地区間の分布状態についても，地理的情報は与えない。すなわち，ブレイラックの言を借りれば，分結指数は「マイノリティーが都市の中心部分といったような特定の地区に集中している程度は測定していない」。また「ある都市の中に，マイノリティーが居住する地区がいくつあるかは表わされない」のである (Blalock, 1967)。

次に，分布するカテゴリーが順序づけられている場合に，その情報をどのようにして指標中に繰り込むか，という問題がある。これは，順位相関係数の適用によって解決されるものと考えられる。

その他に，分結の有無を考えなければならない時には，分結指数の有意性検定ということが問題となろう。

§3. 結　　語

以上のように，分結指数にはさまざまな不備がある。しかしながら，そのすべてを分結指数の中で解決しようとするのは，余りよい方法ではないと思われる。そもそも，1つの，しかも一次元の指標にすべての性質を持たせようとするのは，期待のかけすぎであろう。

われわれのなすべきことは，実質科学の場において必要とされる測定値の集合を確定し，それにふさわしい測定・分析の手法を用意することである。

＊＊引 用 文 献＊＊

Blalock, Hubert M., Jr.,
1967 Toward a Theory of Minority-Group Rela-

tions. New York : Wiley., Capricorn Book Edition, 1970, New York : Capricorn Books. (鈴木二郎・海野道郎・鏡豊共訳，東京：紀伊国屋書店，近刊)

Cortese, Charles F., R. Frank Falk, and Jack K. Cohen,
1976 "Further Considerations on the Methodological Analysis of Segregation Indices," *American Sociological Review*. 41 : 630—637.

Cowgill, D. O. and M. S. Cowgill,
1951 "An In dex of Segregation Based on Block Statistics," *American Sociological Review*. 16 : 825—831.

Duncan, O. D. and B. Duncan,
1955 "A Methodological Analysis of Segregation Indexes," *American Sociologicl Review*, 20 : 210—217.

Jahn, J. A., C. F. Schmid, and C. Schrag,
1947 "The Measurement of Ecological Segregation," *American Sociological Review*, 12 : 293—303.

Taeuber, Karl E, and Alma F. Taeuber,
1976 "A Practitioner's Perspective on the Index of Dissimilality," *American Sociological Review*, 41 : 884—889.

Theil, Henri and Amthony J. Finizza,
1971 "A Note on the Measurement of Racial Integration of Schools by means of Informational Concepts," *Journal of Mathematical Sociology*, 1 : 187—194.

安田三郎,
1969 『社会統計学』東京：丸善。

安田三郎・海野道郎,
1977 『改訂2版・社会統計学』東京：丸善。

〔付　記〕

価値意識についての経験科学的研究に従事してきた私は，いつのころからか，私の研究が「正義」という問題を避けて通ることは出来まい，ということに気づき始めていた。そこで私は，今は亡き山中良知先生にそのことを話し，助言をお願いした。先生は，自分もそう思う，出来るだけの援助をしてあげよう，と言い，E・ブルンナー著（酒枝義旗訳）『正義』（三一書店，1952年）を借して下さった。明るい春の日だった。それから数カ月後，私のメールボックスに数冊の本が入っていた。それは，正義に関するケルゼンなどの著作だった。私はそれらにざっと目を通し，礼状を書こうとした。だがその時，私は，先生が昇天された，との報に接したのである。

その日から半年近く経った。「正義」に関する私の研究は，よき協力者を得て，徐々にではあるが進みつつある。しかし，未だ発表する段階には至っていない。この，山中先生の『追悼号』に収めることができないのは残念だが，他日を期したいと思う。(1977年12月10日，研究室にて)