報告用紙②

関西学院大学　研究成果報告

2020 年　3 月　16 日

関西学院大学 学長殿

所属：理工学研究科
職名：博士研究員
氏名：丸岡敬和

以下のとおり、報告いたします。

研究制度	□特別研究期間　□自由研究期間 □大学共同研究　□個人特別研究費 ☑　博士研究員 ※国際共同研究交通費補助については別様式にて作成してください。
研究課題	数値解析手法及びシミュレーションを用いた Shannon entropy 解析の発展
研究実施場所	三田キャンパス IV 号館 数理研究室 11 大崎研究室
研究期間	2019 年　4 月　1 日　～　2020 年　3 月　31 日（　12 ヶ月）

◆ **研究成果概要**　(2,500 字程度)
上記研究課題に即して実施したことを具体的に記述してください。

本課題では、冪数則の数学的、物理的解釈の方法論の展開を目的としている。Shannon entropy を用いた解析は冪数則を持つ指数関数である拡張型指数関数に、情報工学において情報量の測度として用いられている Shannon entropy を導入し、冪数を変数として最も Shannon entropy が高い冪数の条件を導出する手法である。先行研究(H. Maruoka *et al.*, Chem.Phys. 2017)から、特に一次モーメントを導入した場合では、冪数が１となる条件、つまり通常の単一指数関数においてもっとも Shannon entropy が高いことがわかっていた。本研究ではさらにこの考えを発展させ、一次モーメントだけではなく、二次、n 次モーメント、または分散などのキュムラントを導入してのエントロピーを考え、エントロピーの挙動を研究することにした。この手法は数学的にはラグランジュの未定乗数法に一致し、導入されるモーメントやキュムラントの統計量が束縛条件となっていることがわかる。この手法によって、モーメントの次数が増加するほど冪数の極値が１より増加していく傾向が見出され、また３次モーメント以外はすべて無理数であるようであった。２次モーメントや３次モーメントは物理的には例えば表面積や、体積などの保存料に関係し得る。キュムラントにおいては、とりわけ興味深く、分散を導入した場合では冪数が 2～4 の間でプラトーを持つことがわかった。この付近の冪数則における拡張型指数関数の緩和時間の分布は、高い対称性をもっており、分散のエントロピーの高低は分布の対称性が関係していることが示唆された。この内容はエレクトロニックカンファレンス 5th International Electronic Conference on Entropy and Its Applications session Complex Systems, 2019 において報告された。
Shannon entropy と冪数則に関する研究を通じて、冪数則を数学的・物理的に解釈する上で

の方法論の重要性を確認した。そこでBarenblattによる次元解析と自己相似性を中心としたスケーリング理論に着目した(G.I. Barenblatt, *Scaling*, (Cambridge University Press 2003))。この手法は大雑把にも拮抗する力の関係を無次元数で捉え、実験とも相性が良いが未だ普及している例は少ない。この手法を拡張、そして応用することを目指した。

丸岡が2017年にフランスのインターンにおいて行われた接触力学の解析をBarenblattの次元解析を導入することを試みた。剛体球を凹凸のピラーが掘ってあるPDMSマットの上に落下させ、衝突をハイスピードカメラで撮影し、落下速度と変位、接触時間などを抽出した。落下速度と変位の冪数則は2/3乗則に従うことが予想されたが、球の大きさが小さいものに関しては、他の冪乗則に従うことが実験データの解析からわかっていた。この解析にBarenblattによってまとめられた、次元解析手法を導入し、先行研究の解析解を手がかりに、第二種の自己相似性に基づく、自己相似解の構成に成功し、さらにこの関数の級数展開から、冪数則は既存の2/3乗則と1/3乗則の二つが現れることがわかった。このことは実験結果と一致した。この手法を通じて、慣性支配衝突と弾性支配衝突のこれまで認識されていなかった二種が存在し、球が小さいと後者が現れ、変位と速度の間で1/3乗則に従うことがはじめてあきらかになった。さらにこの振る舞いを特徴づける無次元数の導出に成功した。

以上の研究成果は「西日本非線形研究会」、富山大学物理学科で発表し、さまざまな分野の研究者との間で議論を行った。学会では第68回高分子討論会にて(T68-1672 「第二種の自己相似性を示す PDMS ピラー表面への剛体球の動的接触の次元解析」口頭発表)、そして第67回レオロジー学会(3A07 「遷移漸化式と次元解析手法を用いた剛体球とPDMSピラー表面間の動的接触の解析」)として発表された。また論文は投稿の末2019年11月にPhysical Review Eにて掲載された（H.Maruoka, Phys. Rev. E 100, 053004 (2019)）。

さらに、大崎研究室で特に研究されている走化項を含む発展型拡散方程式系に対してBarenblattの次元解析の手法を拡張することを試みた。多成分方程式においても無次元化を通じて、考慮すべき係数を簡略することができ、さらに無次元数を通じて各係数同士の拮抗関係が浮き彫りになることがわかった。特に走化項と拡散項を両方含むKeller-Siegelモデルは無次元化を通じて、走化項が初期の時間において非常に強く現れ、その後減衰し、その後拡散項が支配的になるという段階が存在することが示唆された。このことは数値解析を用いて、理想化された初期条件において実際に確認された。この走化項の振る舞いをさらに研究し、走化項が支配的な領域における関数を導出することを試みた。ある限定された条件ではこの試みは今のところ一定成功した。この手法を通じて一見複雑に見える方程式系も、各無次元数が支配的な段階によって区分することができ、さらに局所的な振る舞いをBarenblattが定式化したintermeidate asymptoticsとして考えられることを示唆している。この研究は走化・拡散方程式系のkineticsに着目したものであり、それを次元解析の観点から研究する点で新しいといえる。今後数値計算の結果を集め、さらに考慮すべき項が増えることでどのように局所的な関数の振る舞いに影響を与えるかを確認し、それらと理論上の結果を比較することで走化モデルのkineticsを次元解析の観点から照射し、論文化へとつなげたいと考えている。

またその他には大崎研では、ミツバチの造巣過程の数理モデルを研究しているが、この造巣の過程をラズベリーパイというGNU/Linux系のIoT機器を導入することで、継時的な変化を動画または静止画で観察することを可能にした。このことにより、今後巣が形成される過程を細かく追うことができるようになった。

以　上

提出期限：研究期間終了後2ヶ月以内
※個人特別研究費：研究費支給年度終了後2ヶ月以内　博士研究員：期間終了まで
提出先：研究推進社会連携機構（NUC）
※特別研究期間、自由研究期間の報告は所属長、博士研究員は研究科委員長を経て提出してください。
◆研究成果概要は、大学ホームページにて公開します。研究遂行上大学ホームページでの公開に支障がある場合は研究推進社会連携機構までご連絡ください。