報告用紙②

関西学院大学　研究成果報告

2019年　3月　7日

関西学院大学 学長殿

所属：理工学研究科
職名：博士研究員
氏名：陰山真矢

以下のとおり、報告いたします。

研究制度	□特別研究期間　□自由研究期間 □大学共同研究　□個人特別研究費 ☑　博士研究員 ※国際共同研究交通費補助については別様式にて作成してください。
研究課題	デイジーワールドモデルにおける温度恒常性と棲み分けパターン
研究実施場所	理工学研究科大崎浩一研究室
研究期間	２０１８年４月１日　～　２０１９年３月３１日（１２ヶ月）

◆ **研究成果概要**　(2,500字程度)

上記研究課題に即して実施したことを具体的に記述してください。

【背景】

1972年，J.E. Lovelockは地球における恒常性自己調節システムの存在を提唱した．これは，構成要素の相互作用によってシステム全体を安定化に向けて自己調節するような機能をもつシステムである．これを理想的に単純化したものがWatsonとLovelockによるデイジーワールドである．デイジーワールドは恒星の周りを公転する仮想の惑星である．この惑星上には黒色と白色の２種類のデイジーの花しか生息しておらず，これらは地球の植物と同様に互いの生育域を争っている．デイジーワールドの大域温度は恒星からの放射熱と地表面の光反射率（アルベド）によってのみ決まる．つまり，地表面の色が濃いほど恒星からの光を吸収して温度が上昇しやすく，色が薄いほど温度は上昇しにくい．

WatsonとLovelock(1983)による最初のデイジーワールドの方程式は，空間的な広がりの無い０次元のモデルであった．これは非常に単純なモデルであったにもかかわらず，２種類のデイジーが生育域を争いながら，惑星の大域的な温度を自らの成長に最適な値へと自律的に調節していくことを示した．その後，多くの関連研究によりモデルの空間拡張が行われている．特に，AdamsとCarr(2003)の１次元デイジーワールドモデルは，空間次元の拡張を行うことによって，０次元モデルにおえる白と黒のデイジーの共存の代わりに，２種類のデイジーが同じ点上で共存することのない棲み分けパターンが現れることを明らかにした．本年度の研究では，この棲み分けパターンの形成についてより詳細に調べるために，AdamsとCarrの１次元モデルの空間

拡張版である２次元デイジーワールドモデルを扱う．

２次元長方形領域 $\Omega = (-\ell_x, \ell_x) \times (0, \ell_y)$ 上で以下の反応拡散系を考える．

$$\frac{\partial u}{\partial t} = d\Delta u + [(1-u-v)\Phi(u,v,w) - f]u, \quad (x,y,t) \in \Omega \times (0,\infty),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = d\Delta \mathrm{v} + [(1-u-v)\psi(u,v,w) - f]v, \quad (x,y,t) \in \Omega \times (0,\infty),$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D\Delta w + \left(1-g(u,v)\right)917L - \sigma w^4, \quad (x,y,t) \in \Omega \times (0,\infty).$$

ここで，$u(x,y,t), v(x,y,t)$ はそれぞれ白いデイジーと黒いデイジーの被覆率，$w(x,y,t)$ は温度を表す．$\Phi(u,v,w), \psi(u,v,w)$ はそれぞれ白と黒のデイジーの成長率であり，f はデイジーの枯死率を表す．$g(u,v)$ は地表面アルベド，L は太陽放射エネルギー，σ はStefan-Boltzmann定数である．d はデイジーの拡散率，D は温度の拡散率を表す．

【結果】

（１）<u>デイジーの空間分布パターン形成と惑星の温度恒常性</u>

２次元デイジーワールドモデルに対して正の定数定常解の安定性について調べた．それにより，一様状態の不安定化が起こる以下の２つの条件を明らかにした．

① 温度の拡散係数 D に対して，デイジーの拡散係数 d が十分小さい

② デイジーの種間競争が種内競争よりも強い

反応拡散系において，拡散率の違いが空間的に一様な状態の不安定化を生み，空間的なパターンが自発的に形成されることが知られている．これは，拡散誘導不安定性（diffusion driven instability）と呼ばれており，この結果はデイジーワールドモデルにおいても拡散誘導不安定性のようなものが現れることを示している．これを受けて，実際に数値シミュレーションによって下図のような空間パターンが形成されることを明らかにした．

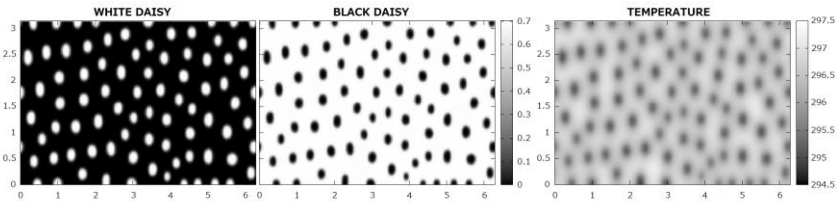

図１．$L = 0.762$.

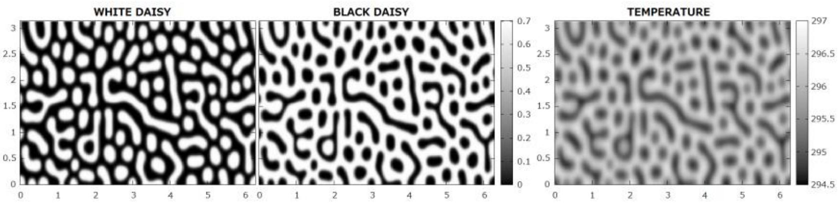

図２．$L = 0.895$.

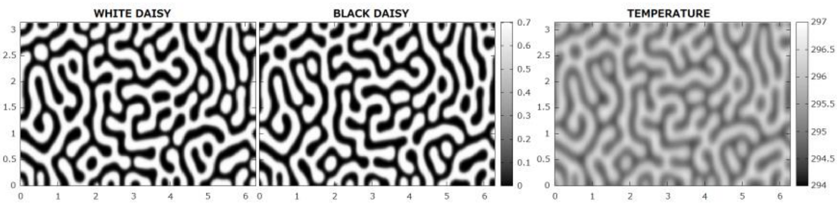

図３．$L = 0.943$.

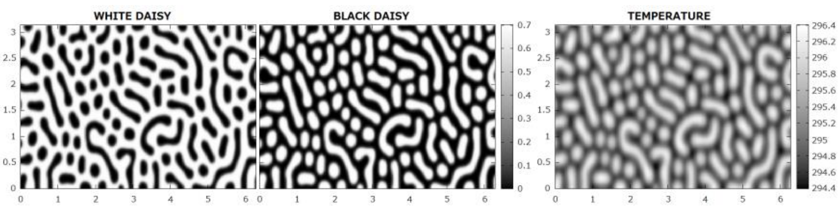

図４．$L = 0.995$.

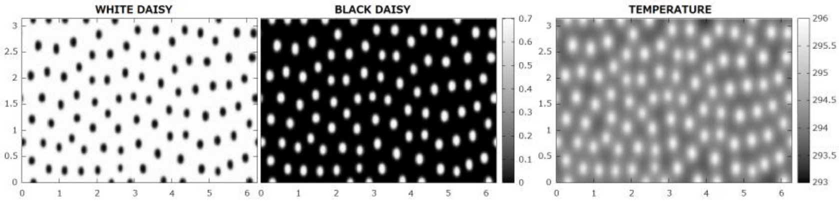

図５． $L = 1.266$.

図1-5はそれぞれ$L = 0.762, 0.895, 0.943, 0.995, 1.266$に対する白いデイジー（左），黒いデイジー（中央），温度の分布（右）を表している．いずれも白と黒が同じ点上で共存することのない「棲み分けパターン」を形成している．図１（$L = 0.762$）では，太陽光度Lが比較的小さいため，低温で有利に育つ黒いデイジーが領域の大部分に拡がっている中で，白いデイジーが斑点状に生育している（斑点パターン）．図２（$L = 0.895$）では，わずかに黒いデイジーが優勢ではあるが（図6上も参照），白いデイジーの生育域が連銭状に繋がっている（連銭パターン）．図３（$L = 0.943$）では，白と黒はほぼ均衡な状態となっている（迷路パターン）．さらに，図４（$L = 0.995$）では，高温で有利に育つ白いデイジーが領域上に多く拡がり，図２と対称的な白優勢の連銭パターンが現れる．図５（$L = 1.266$）では，図１と対称的な白優勢の斑点パターンが現れる．

図6は太陽光度Lに対するデイジーの空間平均被覆率と空間平均温度を表している．この図から，デイジーが存在するLの区間において，温度がデイジーの生育に最適な温度（22.5℃）周辺に保たれていることが分かった．

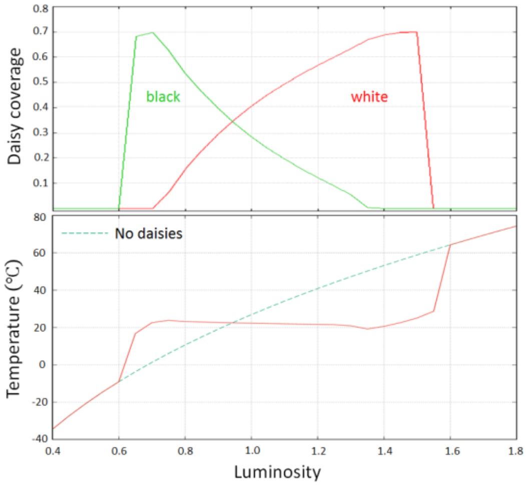

図６． 各Lに対するデイジーの空間平均被覆率（上）と空間平均温度（下）．

（２）<u>デイジーの棲み分けパターンと不安定モード数の関係性</u>

各太陽光度Lに対して，正の定数定常解が不安定となる，つまり，

$$p(\mu_{mn}) = a_1\mu_{mn}^3 + a_2\mu_{mn}^2 + a_3\mu_{mn} + a_4 < 0,$$

$$\mu_{mn} = (m\pi/\ell_x)^2 + (n\pi/\ell_y)^2,$$

であるような整数(m,n)の組数（不安定モード数）$N(L)$を調べた．したがって，

$$N(L) \equiv \#\{\mu_{mn}; \mu_{mn} \in (\mu_*, \mu^*),\ i.e.,\ p(\mu_{mn}) < 0\}$$

を考える．このとき，$\ell_x = \ell_y = \pi$より，$0.727 \le L \le 1.383$ $(\Delta L = 0.001)$に対する解の不安定モード数$N(L)$は図7のようになる．このとき，$L = 0.943$で$N(L)$は最大値をとり，$N(0.762) = N(1.266) = 789$, $N(0.895) = N(0.995) = 2719$, $N(0.943) = 2814$となることが計算によって分かる．この結果を踏まえて，

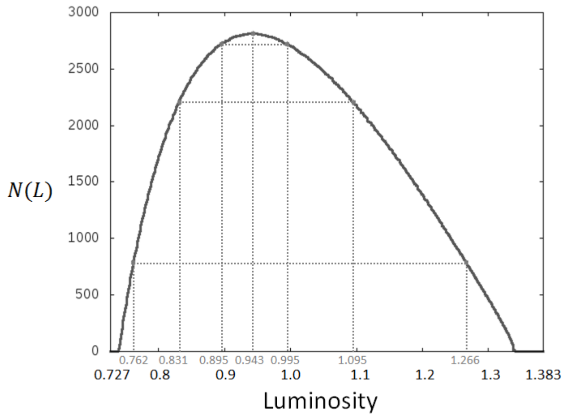

図７． $0.727 \le L \le 1.383$に対する解の不安定モード数$N(L)$． $\Delta L = 0.001$.

図1-5の数値計算結果を再び見ると，図１（$L = 0.762$）と図５（$L = 1.266$）の斑点パターン，図２（$L = 0.895$）と図４（$L = 0.995$）の連銭パターンは定性的に非常に似通ったパターンを示している．さらに，図３（$L = 0.943$）から，$N(L)$が最大のときに白と黒のデイジーはもっとも均衡な状態に近づくことが分かった．このことから，不安定モード数と空間パターン形成には密接な相互関係があることを明らかにした．

今後は，デイジーの空間パターン形成に対する生物学的もしくは地球科学的な視点からの考察を行うことで，植生パターン形成のメカニズムに対する新たな知見を得たい．本年度の研究で得られた結果と実際に地球で観測されている植生パターンとを比較することは難しいが，植生パターン形成の根本にあるメカニズムを理解するためには，デイジーワールドモデルのような非常に単純な地球システムモデルを用いることが非常に有用であると考えている．

以　上

報告用紙②

提出期限：研究期間終了後2ヶ月以内

※個人特別研究費：研究費支給年度終了後2ヶ月以内　博士研究員：期間終了まで

提出先：研究推進社会連携機構（NUC）

※特別研究期間、自由研究期間の報告は所属長、博士研究員は研究科委員長を経て提出してください。

◆研究成果概要は、大学ホームページにて公開します。研究遂行上大学ホームページでの公開に支障がある場合は研究推進社会連携機構までご連絡ください。